



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Unidad Iztapalapa

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
POSGRADO EN CIENCIAS (INGENIERÍA BIOMÉDICA)

*Estimación continua del estado mental con predictores de las series
de tiempo de potencia espectral del EEG.*

Tesis para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias (Ingeniería Biomédica)

Presenta:

José Eduardo Moedano Atristain

Matrícula: 2211800450

Correo: cbi2211800450@izt.uam.mx

Asesores:

M. en C. Óscar Yáñez Suárez

Dr. Erik René Bojorges Valdez

Jurado:

Presidente: Dr. Rubén Carlos Acevedo Andrade

Secretaria: Dra. Norma Castañeda Villa

Vocal: Dra. Alicia Montserrat Alvarado Gonzalez

Iztapalapa, Ciudad de México, a 17 de abril del 2024



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00150

Matrícula: 2211800450

Estimación continua del estado mental con predictores de las series de tiempo de potencia espectral del EEG.

En la Ciudad de México, se presentaron a las 15:00 horas del día 17 del mes de abril del año 2024 en la Unidad Iztapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana, los suscritos miembros del jurado:

DR. RUBEN CARLOS ACEVEDO ANDRADE
DRA. ALICIA MONTSERRAT ALVARADO GONZALEZ
DRA. NORMA CASTAÑEDA VILLA

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretaria la última, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS (INGENIERÍA BIOMÉDICA)

DE: JOSE EDUARDO MOEDANO ATRISTAIN

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

- APROBAR -

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.



JOSE EDUARDO MOEDANO ATRISTAIN
ALUMNO

REVISÓ

NTRA ROSALVA SERRANO DE LA PAZ
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI

Román Linares Romero
DR. ROMAN LINARES ROMERO

PRESIDENTE

DR. RUBEN CARLOS ACEVEDO ANDRADE

VOCAL

DRA. ALICIA MONTSERRAT ALVARADO
GONZALEZ

SECRETARIA

DRA. NORMA CASTAÑEDA VILLA

Agradecimientos

El presente proyecto contó con el apoyo económico de CONACyT mediante la beca No 1114889. Agradezco a todos quienes hacen posible esta ayuda para la ciencia y tecnología en México.

A todos los familiares y amigos que me han respaldado y motivado al lo largo de estos años, en particular a Nena, Karen, Luis, Sergio, Queta, Lila, Alan y Eder.

A Óscar y Erik, por aguantarme nuevamente y darme siempre su apoyo y consejo. Gracias por la amistad y la confianza.

Por último, quisiera dedicar este esfuerzo a mi mamá. Como siempre, eres mi mayor motivación.

“Donde no falta voluntad siempre hay un camino”
- J.R.R. Tolkien

Índice general

Prefacio	VIII
Resumen	VIII
Contenido	IX
1 Introducción	1
1.1. Electroencefalografía	1
1.1.1. Bases	1
1.1.2. Medición	2
1.1.3. Bandas de Frecuencia	4
1.2. Interfaces Cerebro-Computadora	6
1.3. Aprendizaje Maquinal (<i>Machine Learning (ML)</i>)	9
1.3.1. Redes Neuronales Recurrentes	11
1.4. Long Short-Term Memory (LSTM)	14
1.4.1. LSTM como modelo de predicción de series de tiempo	17
2 Sobre este trabajo	21
2.1. Planteamiento del problema	21
2.2. Pregunta de Investigación	22
2.3. Hipótesis	22
2.4. Objetivos	22
2.4.1. General	22
2.4.2. Específicos	23
2.5. Justificación	23

3	Antecedentes	24
3.1.	Paradigma de Cálculo Mental	24
3.2.	EEG/BCI y redes LSTM	28
3.3.	Estimación del cálculo aritmético mediante LSTM	29
3.4.	Serie de potencia espectral (BPs)	31
3.5.	Identificación de la tarea (Estado Mental (<i>EM</i>))	32
4	Metodología	36
4.1.	Materiales	36
4.2.	Experimento y adquisición de señales	36
4.2.1.	Descripción del paradigma utilizado	37
4.3.	Cálculo de BPs	40
4.3.1.	Densidad Espectral de Potencia (<i>Power Spectral Density (PSD)</i>)	40
4.3.2.	Procedimiento para el cálculo	41
4.4.	Descripción del método	43
4.5.	Procesamiento	44
4.6.	Arquitectura LSTM	47
4.7.	Entrenamiento	48
4.7.1.	Datos	49
4.8.	Prueba	50
4.9.	Evaluación de los modelos	50
4.9.1.	Matriz de correlaciones	51
4.9.2.	Error Medio Absoluto	53
4.10.	Cálculo de las series de error	53
4.11.	Evaluando las series de error como estimadores del EM	55
4.11.1.	Métrica: Área bajo la curva ROC	55
4.11.2.	Evaluación mediante el área bajo la curva ROC	58
5	Resultados	61
5.1.	Matrices de correlación y error	61
5.2.	Series de error	74
5.3.	Estimación	78
6	Discusión	79
6.1.	Sobre el paradigma	79
6.2.	Uso de las LSTM	80

ÍNDICE GENERAL

6.3. Evaluación y selección de parámetros	81
6.3.1. Matriz de correlaciones	81
6.4. Configuración LSTM utilizada	82
6.5. Series de error como estimadores del EM	85
6.6. Comparación de resultados	88
6.7. Limitaciones	89
6.8. Trabajo pendiente	90
7 Conclusiones	92
Bibliografía	95

Prefacio

Resumen

Las Interfaces Cerebro-Computadora (ICC) o BCI (*Brain-Computer Interfaces*), han sido estudiadas ampliamente en las últimas décadas con diversos objetivos, entre ellos, el de poder ayudar a personas con discapacidad motriz severa a recuperar algún nivel de independencia. Uno de los grandes retos de las interfaces es crear un control que active/desactive la interfaz cuando el usuario así lo decida, y no cuando la computadora se lo ordene, estos sistemas se conocen como BCI asíncronas. En este trabajo se diseñó un sistema de control continuo de una BCI asíncrona utilizando predictores de las series de tiempo de potencia espectral del Electroencefalograma (EEG) en diferentes bandas de frecuencia. Con los errores de predicción se calculó una señal continua que fue utilizado como rasgo único para la estimación continua del estado mental.

El modelo de predicción fue generado con una herramienta de Aprendizaje Maquinal llamada *Long Short-Term Memory* (LSTM), la cual es un derivado de las Redes Neuronales Recurrentes que permite mantener la información temporal relevante de la serie de entrada durante el entrenamiento.

Las señales de EEG con las que se trabajó corresponden a tareas de cálculo mental, con periodos de *actividad* (cálculo aritmético) y *reposo*, sobre los cuales se observan cambios en la potencia espectral. Estos cambios de potencia fueron analizados calculando series de tiempo (BPs) que corresponden a cambios de potencia en cuatro bandas de interés (θ , α , β y γ). Los periodos de EEG, correspondientes a los estados mentales antes mencionados, se utilizaron para entrenar dos arquitecturas LSTM respectivamente. Se pretende

CONTENIDO

que cada modelo genere predicciones acertadas en los periodos de estado mental con los que se entrenaron (actividad o reposo), y menos precisas en el estado contrario. Así, el error en el tiempo cambiaría de manera inversa entre modelos.

También se exploraron las combinaciones de canales y bandas de frecuencia para el entrenamiento y predicción que optimicen el desempeño de los modelos y permitan obtener la mayor separabilidad entre los errores de las predicciones para cada estado mental. Los resultados sugieren que es posible estimar el estado mental utilizando predictores construidos con arquitecturas LSTM configuradas con los parámetros adecuados. En las bandas α , β , y γ se obtuvieron resultados de Área bajo la curva ROC (AUROC) de hasta 0.68 al estimar el estado de *cálculo mental*, mientras que analizando la banda θ se obtuvieron valores de AUROC de hasta 0.62 al estimar el estado de *Reposo*. También se sugiere que una exploración más detallada en la combinación de canales de EEG analizados podría brindar mejores resultados, pues se observó que no todos los canales estudiados (32 y 18) contienen información relevante para la estimación. De hecho, es posible que el desempeño de los modelos predictores sea sub-óptima debido a la combinación de canales utilizada.

El trabajo futuro que se podría desarrollar en complemento de lo presentado consta de una exploración sistemática de canales y bandas de frecuencia para el entrenamiento y prueba de los modelos LSTM con los parámetros aquí propuestos. Se sugiere que la dinámica de las series BPs de cada sujeto es distinta, así como las zonas de mayor actividad cortical durante el paradigma, por lo que es posible que el método incremente su efectividad al realizar una selección específica de canales y combinaciones de bandas para cada sujeto.

También se observó que el método tiene un desempeño menor al estimar las secciones de *Reposo*. Esto puede ser debido al paradigma utilizado, pues en las secciones de reposo no hubo una “tarea” específica o controlada, lo cual pudo provocar falta de congruencia en la dinámica de la BPs en estas secciones, lo que se traduce en una calibración sub-óptima.

Contenido

En el [Capítulo 1](#) se abordan los temas teóricos relacionados con el desarrollo del trabajo, desde las bases fisiológicas del EEG hasta la teoría del modelo de Aprendizaje Maquinal utilizado.

CONTENIDO

El [Capítulo 2](#) contiene la información general del presente trabajo, el planteamiento del problema, hipótesis y objetivos. En este capítulo se pretende informar al lector sobre la importancia y distinción del trabajo realizado.

El [Capítulo 3](#) discute los trabajos relacionados que se han realizado en años recientes, los cuales incluyen esfuerzos en el análisis de las señales de EEG utilizando el modelo de ML propuesto, estudios realizados con el paradigma de cálculo mental y sus características relevantes, y los trabajos hasta ahora realizados utilizando las series de potencia espectral BPs.

La metodología utilizada se describe en el [Capítulo 4](#), donde se plantea con detalle las técnicas, exploración y métodos utilizados para lograr los resultados que se reportan en el [Capítulo 5](#).

Los resultados se discuten en el [Capítulo 6](#), donde se analizan y se busca dar un sentido de aplicación y fisiológico a los datos conseguidos por el método propuesto. Aquí se plantea cómo esta metodología puede aportar información relevante al área de las BCI.

Por último, en el [Capítulo 7](#) se cierran las ideas planteadas, mencionando las complicaciones y soluciones propuestas durante el desarrollo de este proyecto. También se propone el trabajo que queda pendiente por realizar, como sugerencia a continuar con el estudio y mejoramiento del método de análisis propuesto.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Electroencefalografía

1.1.1. Bases

Si se coloca un arreglo de pequeños sensores (electrodos) en el cuero cabelludo, pueden detectarse corrientes oscilatorias de 20 – 100 microvolts (μV), dichas oscilaciones se conocen como Electroencefalograma (EEG). Su origen es consecuencia del efecto aditivo de los grupos de neuronas corticales piramidales que se organizan en columnas radiales (dirigidas hacia el exterior) [1].

En otras palabras, el EEG registra la actividad eléctrica de la corteza cerebral por medio de electrodos colocados sobre el cuero cabelludo. Las ondas del EEG se originan por alternancia de potenciales excitadores e inhibidores, desarrollando un dipolo eléctrico durante su fluctuación. Este dipolo da lugar a un potencial en función a la corriente que pasa por el espacio extracelular adyacente e intracelular a través de las neuronas. El EEG registra este flujo de corriente extracelular a través de la corteza para ser detectado mediante electrodos superficiales y se mide en μv [2].

El EEG no es la única técnica para medir estos biopotenciales, pues en la práctica

1.1. ELECTROENCEFALOGRAFÍA

clínica existen otras técnicas similares, incluso más precisas dada la naturaleza de la medición. El Electrocorticograma (ECoG), por ejemplo, mide los dipolos antes mencionados directamente en la corteza cerebral con mayor resolución espacial. Otra técnica que mide el potencial dentro de la corteza cerebral es el EEG intracraneal o LFP (acrónimo de *Local Field Potential*) [3]. En la [Figura 1.1](#) se muestra la forma de adquisición de las tres técnicas mencionadas.

A pesar de que las mediciones mencionadas anteriormente son más precisas, tienen la desventaja de ser técnicas completamente invasivas, lo cual impide su uso para periodos prolongados. El EEG, por otro lado, aunque pierde resolución espacial, es más práctico para aplicaciones que requieren mediciones de larga duración.

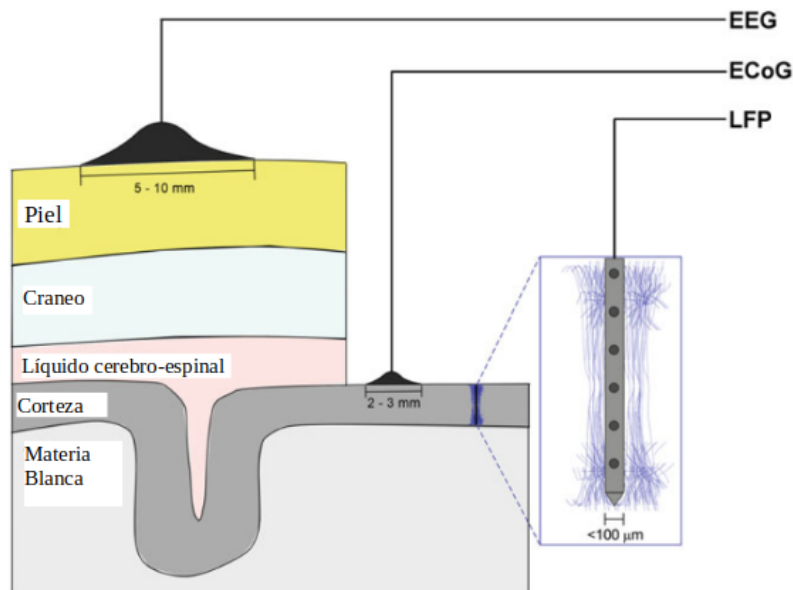


Figura 1.1: Muestra las diferencias en el posicionamiento de los electrodos en las mediciones de EEG, ECoG y LFP [3].

1.1.2. Medición

Dado que los potenciales generados están distribuidos por toda la superficie del cuero cabelludo y cambian en el tiempo, se dice que son fenómenos espacio-temporales, por lo que típicamente se utiliza un arreglo de múltiples electrodos para capturar la mayor cantidad de información. Un arreglo típico de electrodos es el *sistema 10-20*, y hace referencia a las posiciones en que son colocados los electrodos, las cuales tienen separación de 10% ó 20% del tamaño del cráneo [4], como se muestra en la [Figura 1.2](#) y [Figura 1.3](#).

1.1.3. Bandas de Frecuencia

Dada la naturaleza del fenómeno fisiológico que origina las señales de EEG, estas tienen características rítmicas oscilatorias, las cuales son típicamente analizadas por bandas de frecuencia (Figura 1.4). Las bandas de frecuencia del EEG fueron empíricamente propuestas, y se dividen en cinco: delta (δ , < 4 Hz), theta (θ , 4-8 Hz), alfa (α , 8-13 Hz), beta (β , 13-30 Hz), y gamma (γ , > 30 Hz). Estas bandas están relacionados a numerosos eventos fisiológicos y son usadas para estudiar diversas condiciones. Por ejemplo, la banda α se observa típicamente en la zona occipital, y es particularmente dominante cuando la persona tiene los ojos abiertos, pero tiende a disminuir su presencia cuando se realiza alguna tarea mental o se cierran los ojos [2], [3], [5]. Otros ejemplos de estudio son: los ciclos del sueño, tareas mentales, cambio en la frecuencia cardiaca, psiquiatría, entre otras [3], [6]-[11]. Esto, en resumen, sugiere que estudiar el EEG en términos de las bandas de frecuencia, puede mostrar significancia fisiológica en eventos específicos. En la Tabla 1.1 se describen algunas diferencias fisiológicas entre las diferentes bandas de frecuencia del EEG.

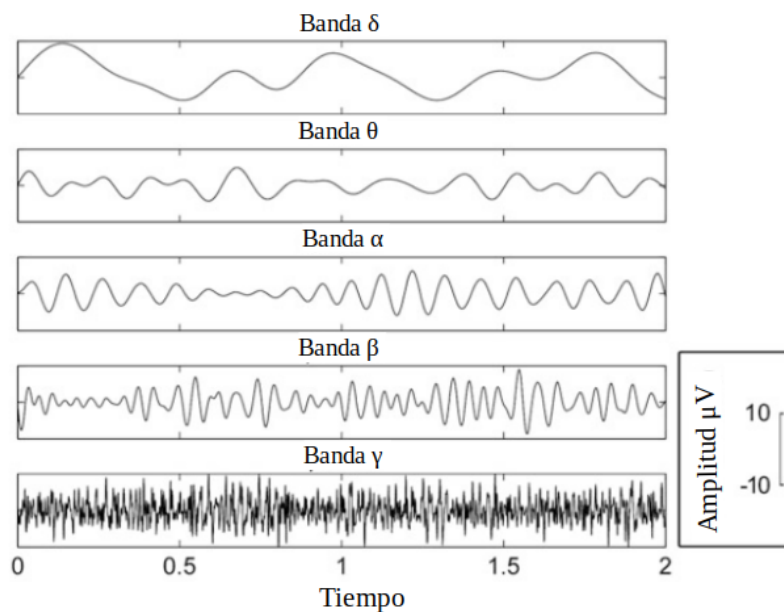


Figura 1.4: Patrones rítmicos de la actividad del EEG. Dichos patrones se dividen en cinco bandas de análisis en frecuencia: delta (δ , < 4 Hz), theta (θ , 4-8 Hz), alfa (α , 8-13 Hz), beta (β , 13-30 Hz), y gamma (γ , > 30 Hz)[3].

1.1. ELECTROENCEFALOGRAFÍA

Tabla 1.1: Bandas de frecuencia [12]

Diferencia entre las cinco bandas de frecuencia			
Banda α	Medición en región occipital	Personas despiertas con ojos cerrados	Desaparece con la atención
Banda β	Medición sobre los lóbulos frontal y parietal	Dominante para personas ansiosas o con ojos abiertos	
Banda δ	Detectable en niños pequeños y adultos con somnolencia	Indicativo de daño cerebral o enfermedades neurológicas	
Banda θ	Detectable en infantes y adultos con somnolencia	Presente en somnolencia y algunas fases del sueño	Anormal en adultos despiertos. Normal en niños > 13 años y durante el sueño
Banda γ	Relacionado a un estado de actividad en la corteza		

Serie de Potencia Espectral

La serie de potencia espectral (*Band Power time series (BPTs)*) es una representación temporal del comportamiento en términos de potencia para cada banda de frecuencia del EEG. Es decir, se tiene una estimación continua de las fluctuaciones de potencia en las diferentes bandas de interés. La [Figura 1.5](#) muestra un ejemplo de las BPTs medido en decibeles (dB) para cuatro bandas de frecuencia θ , α , β y γ .

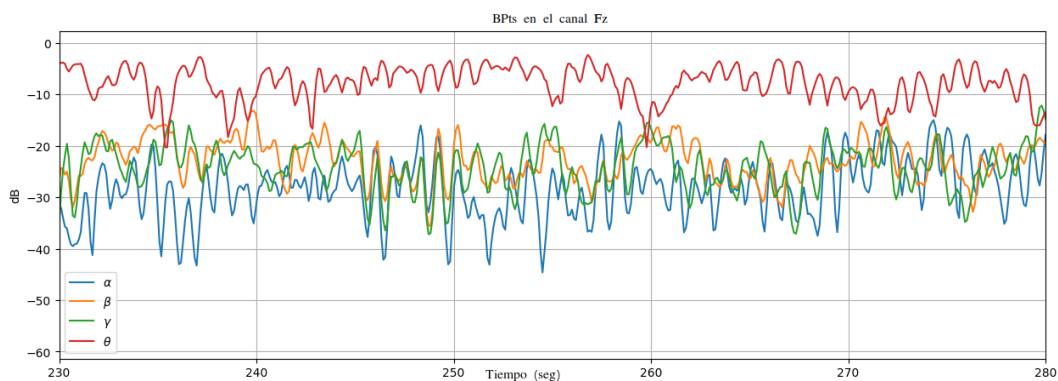


Figura 1.5: Ejemplo de la Serie de Potencia Espectral (BPTs) en las bandas θ , α , β y γ en un periodo de 50 segundos.

1.2. Interfaces Cerebro-Computadora

Una Interfaz Cerebro-Computadora (BCI, acrónimo en inglés) es un sistema de comunicación compuesto por hardware y software que permite a una persona interactuar con el medio sin involucrar a los músculos y nervios periféricos, utilizando señales de Electroencefalografía [13], las cuales son procesadas para ser usadas como control para diversos actuadores. En la [Figura 1.6](#) se puede observar una representación esquemática simple de un sistema BCI.

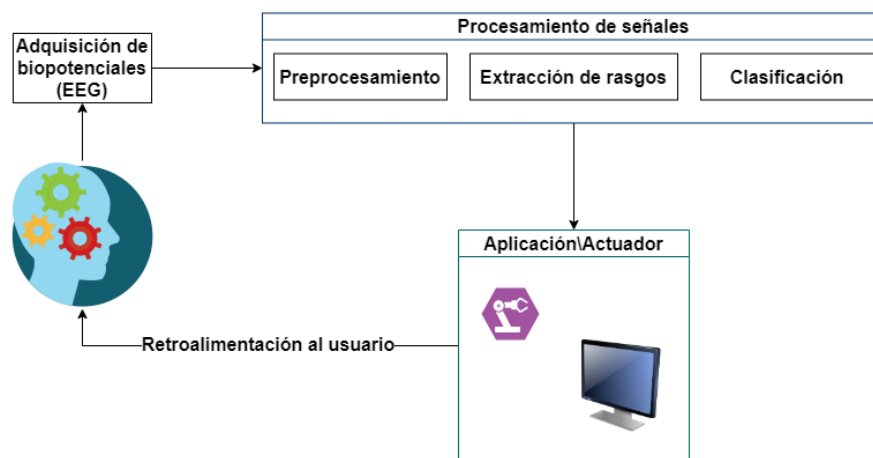


Figura 1.6: Esquema básico de una Interfaz Cerebro-Computadora [12].

Uno de los objetivos principales de las investigaciones sobre las BCI es crear un sistema especializado que permita a un individuo con severos problemas motores tener un control efectivo de dispositivos como computadoras, sintetizadores de habla, accesorios de asistencia personal y neuro-prótesis. Este tipo de interfaz puede incrementar la independencia del individuo, permitiéndole mejorar su calidad de vida [14].

Las BCI se pueden dividir en dos categorías: Sincrónicas y Asincrónicas. Las Sincrónicas operan con periodos de tiempo predeterminados, lo que significa que el usuario no puede utilizarla en el momento que lo desee. Esta restricción es impuesta para optimizar las condiciones de adquisición de las señales y mejorar el desempeño de la interfaz. En contraste, las Asincrónicas son sistemas que no restringen sus periodos de operación, es decir, el usuario puede activarla libremente sin restricciones de tiempo. Gracias a esta ventaja, las BCI asincrónicas son consideradas como más prometedoras y prácticas. Sin embargo, estos sistemas tienen un desempeño inferior al de las sincrónicas, dado a que,

1.2. INTERFACES CEREBRO-COMPUTADORA

en general, tienen Tasas de Verdaderos Positivos (TPR) bajas, y altas Tasas de Falsos Positivos (FPR) [15].

Existen esfuerzos para mejorar el desempeño relativamente deficiente de las BCI asíncronas, uno de ellos es la propuesta de introducir al sistema un “switch” de encendido/apagado. En términos generales, se trata de detectar cuando el usuario realiza/no realiza cierta tarea mental y, con base en esto, encender o apagar la BCI. Esto significaría mantener la medición continua del EEG e identificando algún rasgo que permita al sistema reconocer este cambio de estado mental. Así, la FPR antes mencionada podría ser reducida significativamente y, en consecuencia, optimizar el comportamiento de la interfaz asíncrona.

Para controlar de manera eficiente la BCI, es necesario identificar qué variables del EEG brindan mejor información dependiendo de la tarea a realizar. En este sentido se han explorado una gran cantidad de patrones y paradigmas, los más comunes son [12], [16]-[18]:

- *Potencial Relacionado a Evento (Event Related Potentials: ERP)*: Es una respuesta localizada en un tiempo específico después de ser provocada por algún estímulo visual, audible o táctil.
- *Potenciales Provocados Visuales de Estado Estable (Steady State Visual Evoked Potentials: SSVEPs)*: Es una respuesta cerebral periódica provocada por la presentación de un estímulo visual repetitivo, intermitente o presentado a una frecuencia específica.
- *Sincronización/Desincronización Relacionada a Evento (Event-Related Desynchronization/Synchronization: ERD/ERS)*: Es la respuesta creciente o decreciente en potencia espectral producida por algún evento interno o externo. Además, se presenta durante alguna tarea sensorial, cognitiva o de motora. En particular, las bandas μ y β generalmente muestran cambios al rededor de la corteza somato-motora durante las tareas de Imaginación de Movimiento (MI) y Ejecución de Movimiento (ME).
- *Potenciales Provocados Somato-Sensoriales de Estado Estable (Steady-State Somatosensory Evoked Potentials: SSSEPs)*: Utilizado en paradigmas donde se busca

1.2. INTERFACES CEREBRO-COMPUTADORA

una respuesta en la corteza somato-sensorial en pacientes con atrofia motora severa. Se pretende provocar un potencial mediante estímulos táctiles, como vibraciones en las zonas periféricas afectadas.

Limitaciones de las BCI asíncronas

Como se mencionó, un gran reto en las BCI es conseguir que el usuario interactúe de manera eficiente con el sistema, lo cual involucra conseguir un algoritmo de control que sea capaz de encender/apagar la interfaz cuando el paciente así lo decida. En este sentido, la variable más estudiada es el ERD/ERS, en particular, el paradigma más común es el MI [19]. Sin embargo, el desempeño de dicho paradigma es deficiente.

Recientes estudios reportan porcentajes de efectividad en el control (*switch*) de la BCI asíncrona para registros realizados en una sola sesión que van desde 46% a 79% en el mejor de los casos [15], [17], [20]. También existe el problema de los largos periodos de entrenamiento del sistema [12]. Una de las posibles causas del bajo rendimiento de este paradigma es que el sistema no recibe retroalimentación del usuario que le permita identificar si la tarea mental se realizó adecuadamente. Es decir, el investigador asume que el usuario realizó bien la imaginación de movimiento, y estos datos son posteriormente usados para el entrenamiento (calibración) del sistema.

En este sentido, se han explorado algunas alternativas de tareas mentales que permitan eliminar dicha incertidumbre en el proceso de calibración. Una de ellas es el paradigma del *Cálculo Aritmético*, donde se le pide al usuario que realice una operación matemática simple (suma, resta, división o multiplicación) y posteriormente verbalice el resultado (Figura 1.7).

1.3. APRENDIZAJE MAQUINAL (*MACHINE LEARNING (ML)*)

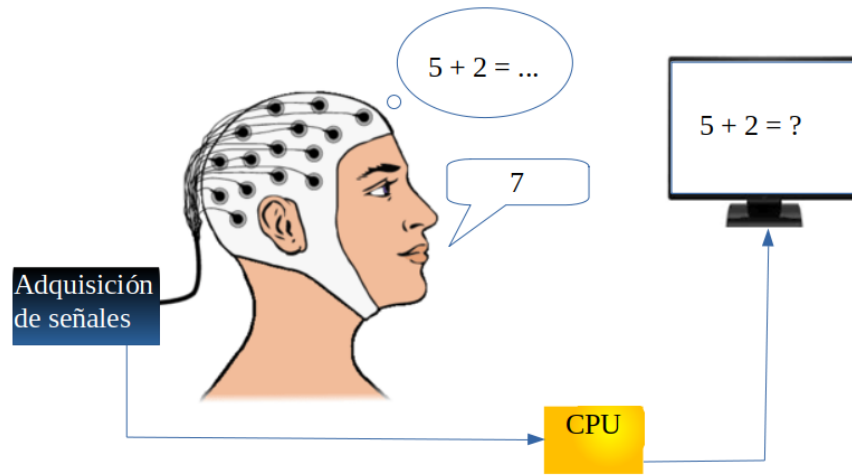


Figura 1.7: Esquema básico del paradigma de cálculo aritmético.

De esta forma el investigador tendría la certeza de que la época correspondiente a la tarea mental contiene información utilizable para calibrar la BCI. Además, se ha mostrado que el comportamiento del ERD/ERS es similar en ambos paradigmas (cálculo aritmético e imaginación de movimiento) [21].

Aún con paradigmas que permitan una mejor calibración, existen limitaciones y retos complejos a resolver en el proceso del reconocimiento de patrones (clasificación) para conseguir la estimación del estado mental. En general se utilizan herramientas de Aprendizaje Maquinal como Perceptrones Multicapa (MLP), Máquinas de Soporte Vectorial (SVM), Bosques Aleatorios (RF), etc [22].

1.3. Aprendizaje Maquinal (*Machine Learning (ML)*)

Se considera que el Aprendizaje Maquinal, en el sentido moderno, se origina en los años 1957, 1959 y 1960, cuando Frank Rosenblatt propone y construye, junto con un grupo de colaboradores, una máquina llamada “*El Perceptrón*”, cuyo objetivo era el reconocimiento de letras [23]. Este modelo se convertiría más tarde en la base para el desarrollo de herramientas de aprendizaje automático como las Redes Neuronales Artificiales (Perceptrones multicapa) o las Maquinas de Soporte Vectorial (SVM) [23].

Desde entonces han surgido diferentes algoritmos que cumplen diferentes tareas como clasificación de imágenes, traducción de texto, identificación de rostros, bioseguridad,

1.3. APRENDIZAJE MAQUINAL (*MACHINE LEARNING (ML)*)

diagnósticos semiautomatizados, entre muchos otros. Estas técnicas no trabajan con la información cruda, es decir, involucran una etapa de preprocesamiento de los datos donde los desarrolladores deben extraer rasgos característicos de la información para que el sistema pueda detectar o clasificar los patrones de entrada.

Existe un grupo de métodos que permiten a la máquina ser alimentada con datos crudos y automáticamente encontrar la representación necesaria para realizar la detección o clasificación buscada [24]. Estos métodos son modelos de ML de múltiples niveles de representación compuestos por módulos no lineales que permiten obtener para cada nivel una forma más abstracta de los datos, amplificando las características de la entrada que son importantes para la discriminación/clasificación, y reducen las menos significativas.

En los últimos años diferentes campos de investigación han adoptado estos modelos de ML para analizar, clasificar o predecir datos para aplicaciones como procesamiento de imágenes, reconocimiento de voz, análisis del lenguaje (traductores), predicciones de series de tiempo, etc. Un ejemplo clásico es el de las Redes Neuronales Convolucionales, las cuales son comúnmente utilizadas para el procesamiento de imágenes [25], incluidas las imágenes médicas.

En la [Figura 1.8](#) se muestran algunos de estos modelos de *ML* más usados en el campo de la medicina.

1.3. APRENDIZAJE MAQUINAL (*MACHINE LEARNING (ML)*)

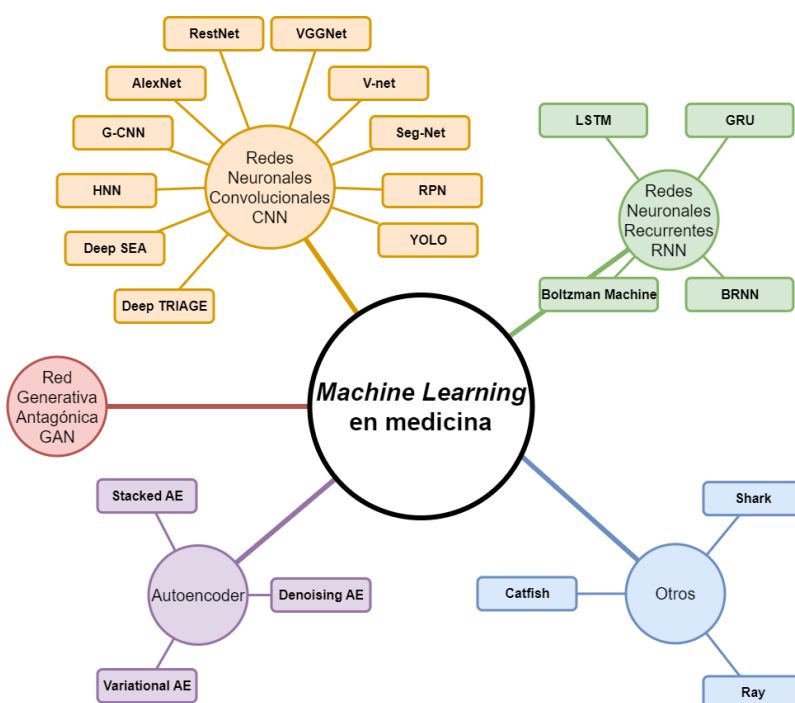


Figura 1.8: Algunos modelos de Aprendizaje Maquinal usados en medicina [26].

1.3.1. Redes Neuronales Recurrentes

Uno de los modelos más comunes del ML son las Redes Neuronales Recurrentes (RNN, por sus siglas en inglés), las cuales son una subdivisión de las Redes Neuronales Artificiales (ANN, en inglés) que reciben como entrada **secuencias** de datos como audio, video, texto o señales temporales.

Como se mencionó anteriormente, las ANN o Perceptrones Multicapa se basan en modelos lineales de clasificación que tienen una forma general como la que se muestra en la ecuación 1.1, los cuales pueden ser generativos o discriminativos, dependiendo de la función no-lineal f utilizada. Los términos \mathbf{W} y w_0 definen un hiperplano, \mathbf{X} es un patrón n -dimensional correspondiente a los datos de entrada al modelo, y $y(x)$ representa la salida del sistema para cada dato de entrada, esta salida puede ser una etiqueta o la probabilidad posterior.

$$y(x) = f(\mathbf{W}^T \mathbf{X} + w_0) \quad (1.1)$$

En la Figura 1.9 se muestra un ejemplo de la separación lineal para dos clases de datos en \mathbb{R}^2 . Se denotan los puntos que fueron utilizados para generar el modelo de clasificac-

1.3. APRENDIZAJE MAQUINAL (*MACHINE LEARNING (ML)*)

ción en color blanco.

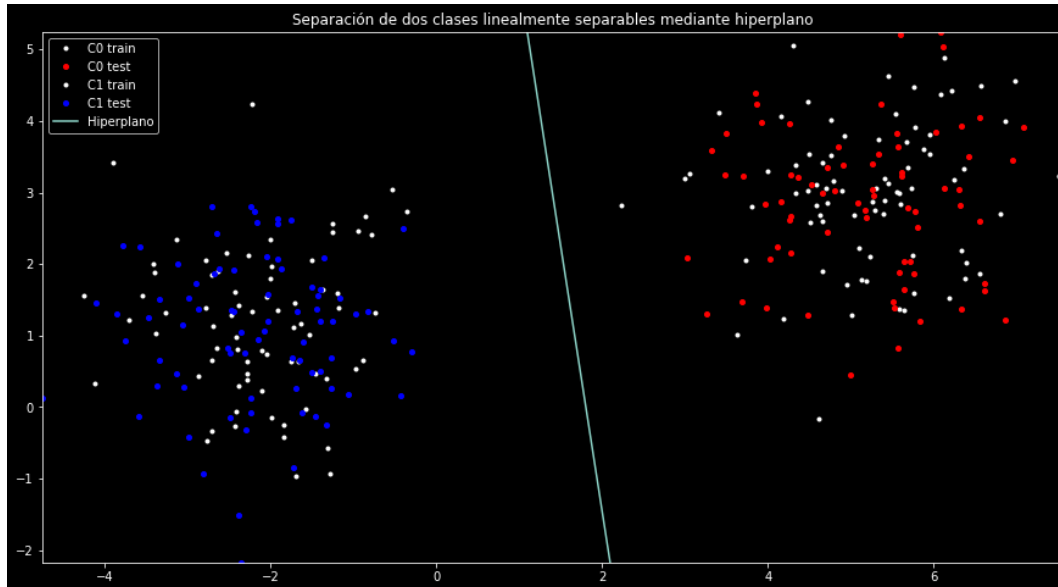


Figura 1.9: Separación lineal de dos clases de datos.

En este caso, fue necesario una unidad funcional (*perceptrón*) de clasificación para encontrar un único hiperplano que garantiza la separación de las clases, dado que son datos linealmente separables. En 1969 Minsky y Papert publican un libro llamado *Perceptrons*, donde se enfocan en las limitaciones de este modelo. Muestran que este modelo de una sola unidad funcional es incapaz de resolver problemas lógicos como el XOR, donde las clases no son linealmente separables. Esto ocasionó el momentáneo desinterés en estos modelos [27].

Posteriormente, durante la década de los 70's, se publicaron diversos trabajos que abordaban el problema de clasificación para clases que no son linealmente separables, y es en esta década cuando surgen los MLP o ANN.

En la década de los 80's varios autores proponen un algoritmo de aprendizaje que tuvo un gran impacto en el medio: El algoritmo de aprendizaje por retro-propagación (*Backpropagation learning*) [23]. Este algoritmo propaga el error medido en la capa de salida hacia las capas ocultas, permitiendo así actualizar los coeficientes W de manera iterativa hasta la convergencia del método.

1.3. APRENDIZAJE MAQUINAL (*MACHINE LEARNING (ML)*)

Posteriormente, a finales de esa década y en adelante, se han publicado numerosos trabajos que utilizan variantes de las ANN que sirven para trabajar con datos secuenciales, como señales de audio, texto, video, etc., las cuales se han nombrado Redes Neuronales Recurrentes (RNN) [28]-[30]. Una de las principales características de estos modelos es que permiten analizar toda la información contenida en la secuencia de datos. Es decir, no se requiere una etapa de *extracción de rasgos* como en las ANN convencionales.

La propiedad más relevante de las RNN es la inclusión de un elemento de *recurrencia*, el cual conserva características de la información pasada de la secuencia y la utiliza para establecer la información presente. Esto significa que la red tiene un elemento de **memoria** o **estado oculto**. Esto es de gran utilidad para el análisis de las series de tiempo o lenguaje, pues éste modelo podría hacer predicciones de valores futuros, lo cual es muy útil en diferentes tipos de análisis temporales. En las ecuaciones (1.2) y (1.3) se muestra la expresión matemática estándar para las redes recurrentes [26], [28], [31], [32].

$$h(t) = f(\mathbf{W}_i h(t-1) + \mathbf{V}_i x(t) + b_i) \quad (1.2)$$

$$y(t) = f(\mathbf{W}_0 h(t) + b_0) \quad (1.3)$$

En la ecuación (1.2), $h(t)$ es un vector que representa el estado oculto del tiempo actual; f es una función no-lineal, la cual puede ser de tipo *sigmoide*, *tanh*, etc.; W_i y V_i son las matrices de pesos o coeficientes que se ajustan durante el proceso de entrenamiento i veces; $h(t-1)$ es el estado oculto correspondiente al instante anterior; $X(t)$ es el dato actual; y b_i es el vector *bias* de las unidades ocultas. En la ecuación (1.3), $y(t)$ es la salida actual de la celda (ver Figura 1.10); f es una función no-lineal; W_0 es la matriz de coeficientes que pesan las conexiones del *estado actual* a la salida $y(t)$; $h(t)$ es el estado actual calculado en la ecuación (1.2); y b_0 es el vector *bias* de la salida.

Se puede observar que las ecuaciones (1.2) y (1.3) son similares a la ecuación (1.1), pero incorporan un elemento extra dentro de la función no-lineal correspondiente al estado oculto.

1.4. LONG SHORT-TERM MEMORY (LSTM)

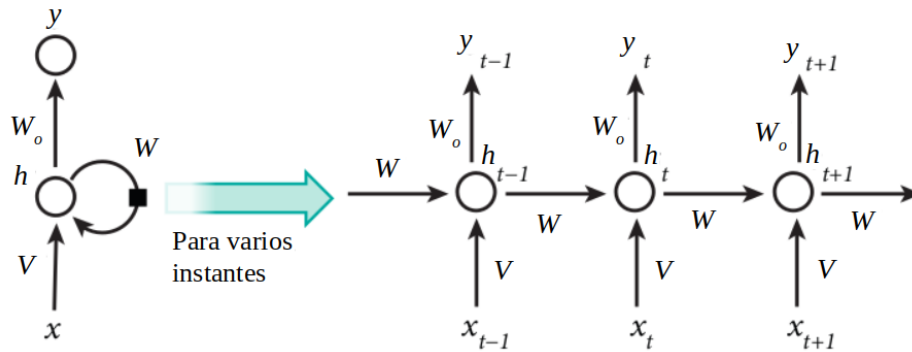


Figura 1.10: Esquema de una celda de Red Neuronal Recurrente [24].

La [Figura 1.10](#) muestra un esquema de una celda recurrente, la cual se puede considerar como la unidad funcional de las RNN.

Es bien sabido que las redes recurrentes tienen una limitación importante, y es que en el proceso de aprendizaje, el gradiente tiende a cero de manera rápida, por lo que la información contenida en la *memoria* de la red solo perdura unas pocas muestras. En 1997 Hochreiter y Schmidhuber [33] proponen un modelo que incluye una sección explícita de memoria, la cual reduce el efecto conocido como *desvanecimiento de gradiente* presente en las RNN convencionales. Este modelo fue nombrado **Long Short-Term Memory**

1.4. Long Short-Term Memory (LSTM)

Como se mencionó, las Redes Recurrentes difieren de los MLP debido a que estos son modelos basados en datos secuenciales, es decir, tienen la capacidad de establecer correlaciones temporales entre el dato actual de entrada y los datos anteriores. Para las series de tiempo, esto significa que la información contenida en la red en el instante $t - 1$ podría afectar el estado interno del sistema en el tiempo t , y este, a su vez, afectar al tiempo $t + 1$. Estas dependencias temporales hacen que estas Redes sean ideales para tareas de predicción [34].

Se ha mostrado que la exactitud del modelo LSTM mejora cuando se consideran dependencias o correlaciones de largo-alcance (en inglés *long-term*). Es decir, si hay mayor información de datos pasados (más instantes de tiempo previos), el modelo será capaz de realizar estimaciones más precisas [26]. Es en este punto donde las RNN disminuyen su desempeño, pues solo son capaces de crear correlaciones de corto-alcance (en inglés *short-term*), esto quiere decir que solo son capaces de retener información de pocos ins-

1.4. LONG SHORT-TERM MEMORY (LSTM)

tantes previos.

Cuando las secuencias son muy largas, los gradientes retropropagados en el algoritmo de aprendizaje (*Backpropagation Through Time (BTT)*) tienden exponencialmente a cero, lo que impide al modelo generar correlaciones de largo-alcance. Este problema se conoce como *Vanish Gradient* o desvanecimiento de gradiente. También existe el problema opuesto, donde el gradiente tiende a incrementar, lo que se conoce como *Gradient exploding*. Estas limitaciones vuelven a estos modelos inestables, debido a que los coeficientes internos de la Red son proporcionales a los gradientes de la función de activación [26], [32].

Hochreiter y Schmidhuber proponen en 1997 el modelo LSTM como una alternativa que disminuya el impacto del desvanecimiento o incremento exponencial de los gradientes. En años posteriores se publican diversos artículos donde se mejora dicho modelo incorporando mas elementos internos [30].

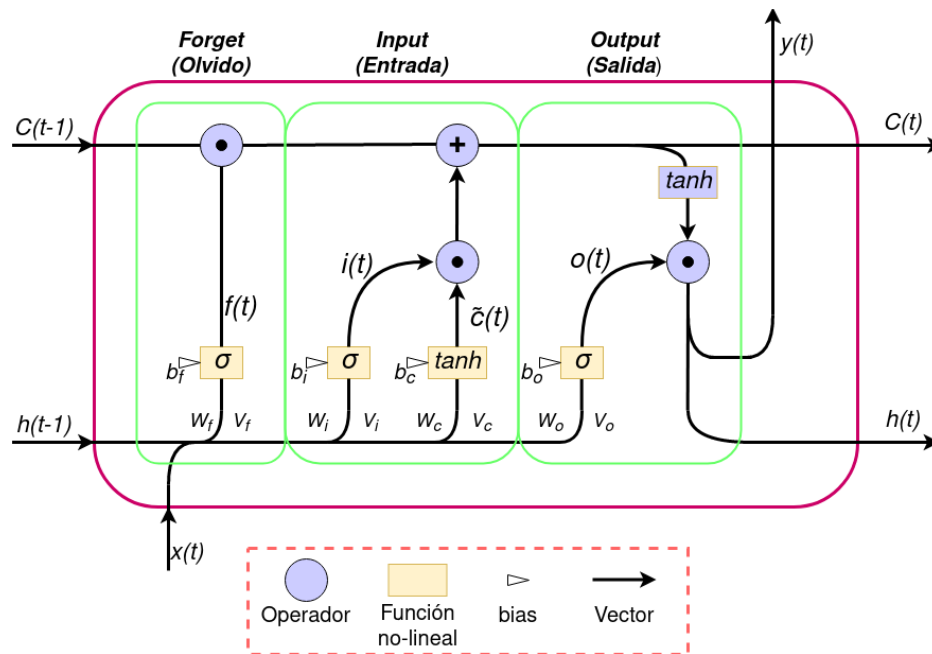


Figura 1.11: Esquema de una celda de LSTM.

La Figura 1.11 presenta una celda de LSTM, donde se observa que la arquitectura se puede dividir en tres zonas o compuertas (rectángulos verdes): Una compuerta de **entrada** multiplicativa que controla las unidades de memoria, evitando que sean modificadas

1.4. LONG SHORT-TERM MEMORY (LSTM)

por elementos poco relevantes en el aprendizaje; una compuerta multiplicativa de **salida**, la cual previene que información irrelevante almacenada en la celda pase a otras; y una compuerta de **olvido**, la cual permite que la red “deseche” toda la información anterior cuando se vuelva irrelevante [35]. Las ecuaciones que describen a la unidad de LSTM son las siguientes:

$$i(t) = \sigma(W_i h(t-1) + V_i x(t) + b_i) \quad (1.4)$$

$$o(t) = \sigma(W_o h(t-1) + V_o x(t) + b_o) \quad (1.5)$$

$$f(t) = \sigma(W_f h(t-1) + V_f x(t) + b_f) \quad (1.6)$$

$$\tilde{C}(t) = \tanh(W_c h(t-1) + V_c x(t) + b_c) \quad (1.7)$$

$$C(t) = i(t) \odot \tilde{C} + f(t) \odot C(t-1) \quad (1.8)$$

$$h(t) = \tanh(C(t) \odot o(t)) \quad (1.9)$$

$$y(t) = h(t) \quad (1.10)$$

Donde $x(t) \in \mathbb{R}^m$ es el dato actual de dimensión m ; $h(t-1)$ y $h(t) \in \mathbb{R}^d$ son el estado oculto de la Red en instante anterior y actual respectivamente, de dimensión d ; $C(t-1)$ y $C(t) \in \mathbb{R}^d$ son el estado de la celda en el instante anterior y actual respectivamente. Así mismo, $\tilde{C}(t) \in \mathbb{R}^d$ es el **posible** estado de la celda para el tiempo actual t .

$W_f, W_i, W_o, W_c \in \mathbb{R}^{d \times d}$ y $V_f, V_i, V_o, V_c \in \mathbb{R}^{d \times m}$ son las matrices de coeficientes para los vectores $h(t-1)$ y $x(t)$ respectivamente. $b_f, b_i, b_c, b_o \in \mathbb{R}^d$ son los vectores bias en las funciones no-lineales.

1.4. LONG SHORT-TERM MEMORY (LSTM)

⊙ es el producto de Hadamard; σ y \tanh son las funciones de activación no-lineales de tipo sigmoide y tangente hiperbólica respectivamente.

- Si $A = \{a_{ij}\}$ y $B = \{b_{ij}\}$ son matrices de $m \times n$, entonces el producto de Hadamard es la matriz de $m \times n$ resultante de la multiplicación elemento a elemento entre las matrices A y B :

$$A \odot B = \{a_{ij}b_{ij}\} \quad (1.11)$$

Las matrices (con coeficientes reales) se denotan en mayúsculas, mientras que los vectores se denotan en minúsculas. Los subíndices i, j se refieren a las posiciones de los coeficientes en las matrices de $m \times n$ [36].

- Las funciones no lineales se definen como [31]:

$$\tanh(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \quad (1.12)$$

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (1.13)$$

Por último, los términos $f(t)$, $i(t)$ y $o(t) \in \mathbb{R}^d$ son las entradas a las compuertas de *Olvvido*, *Entrada* y *Salida* respectivamente.

Se denominan *compuertas* debido a que la función σ toma valores entre 0 y 1, es decir, tiene la capacidad de discriminar información relevante (1) o irrelevante (0). Este resultado es seguido de una multiplicación \odot en donde contribuye o no en el flujo de información.

En particular, en la ecuación (1.8) las compuertas de entrada y salida determinan cuanta información del pasado es retenida en la celda actual, y cuanta de esa información es propagada hacia los instantes siguientes.

1.4.1. LSTM como modelo de predicción de series de tiempo

Las Series de Tiempo (ST) se pueden definir como una secuencia de valores cronológicamente ordenados, como observaciones en el tiempo. Aunque el tiempo es una variable continua, los valores de las ST son muestreados a intervalos constantes (Frecuencia de

1.4. LONG SHORT-TERM MEMORY (LSTM)

muestreo fija) [37], es decir, una señal discreta. Este tipo de señales son usadas para observar y analizar el comportamiento de algún fenómeno continuo de interés.

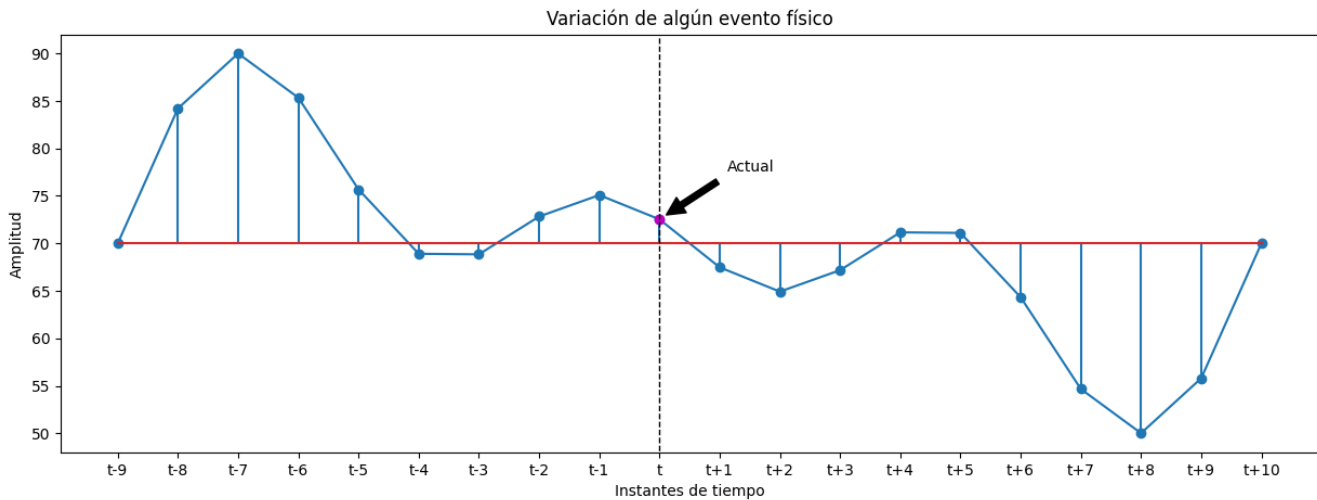


Figura 1.12: Ejemplo de una serie de tiempo: Se muestran los valores pasados, actual y futuros, tomando como referencia algún punto dado de la serie.

En la [Figura 1.12](#) se muestra un ejemplo de una serie de tiempo, la cual podría ser la variación diaria de algún fenómeno, como cambios de voltaje en un circuito eléctrico, temperatura de una habitación, o algún evento fisiológico, como cambios en la frecuencia cardíaca. Se observa que se considera el punto central como el valor “actual” de la serie. Es decir, en este ejemplo se puede analizar el comportamiento pasado y futuro de un evento, tomando como referencia el valor t .

A lo largo de los años se ha buscado realizar predicciones de las ST, pues, como se mencionó anteriormente, describen eventos de la vida real. Algunos ejemplos recientes de predicciones sobre las ST son los cambios en la intensidad del viento [38], flujo y velocidad del tráfico [35], radiación solar [39], clima [40], mercado financiero y bolsa de valores [41], [42] o consumo de energía [43]. Es por esto que han surgido diferentes estrategias para realizar predicciones sobre las ST, las más comunes son los modelos Auto-Regresivos (*Autoregressive*), Suavizado exponencial (*Exponential smoothing*) y Estructura Bayesiana (*Bayesian structural time series*) [34], [44]. Estos modelos se basan en la construcción de funciones lineales a partir de observaciones pasadas recientes para realizar predicciones. Sin embargo, estos métodos estadísticos pueden fallar cuando se aplican sin considerar la estacionalidad y ergodicidad de la señal [35]. De igual forma, estas técnicas se encuentran

1.4. LONG SHORT-TERM MEMORY (LSTM)

limitadas para procesar datos de gran volumen o alta dimensionalidad [45]. En general, el objetivo de las predicciones de series de tiempo es estimar el valor futuro $t + h$, usando las observaciones pasadas de la serie al tiempo t . Esto se puede formular de la siguiente manera:

Considerar la serie de tiempo univariada X como la que se muestra en la [Figura 1.12](#): $X = \{x_{t-L}, \dots, x_{t-1}, x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+M}\}$, donde L es la cantidad de datos previos al instante actual x_t . Es decir, los valores previos se definen como x_{t-i} , donde $i = \{1, \dots, L\}$. L también es conocido como el “orden” del modelo.

El proceso de predicción consiste en estimar el valor x_{t+m} , denotado como \hat{x}_{t+m} , donde $m = \{1, \dots, M\}$, mediante un modelo generado con los datos pasados x_{t-i} de la siguiente manera:

$$\hat{x}_{t+m} = f(x_{t-L}, \dots, x_{t-1}, x_t) \quad (1.14)$$

Donde f es una función modelada con los datos y que estima el valor real x_{t+m} . La función predice los valores futuros de la serie, desde $m = 1$, hasta $m = M$ [37], [46]. El valor de m también se conoce como **paso** o **timestep**, en inglés.

La [Tabla 1.2](#) muestra un ejemplo de una secuencia $x = \{1, 2, \dots, 15\}$. Se observa que en cada renglón están los datos analizados por el modelo de orden 5 para poder realizar la predicción. En cada renglón se avanza un instante en el tiempo (*timestep*), por lo que la ventana de análisis avanza una muestra, considerando que el instante actual x_t del renglón anterior es ahora la muestra x_{t-1} .

Como se ha mencionado, las redes LSTM se distinguen de las RNN al incorporar un elemento explícito de memoria, esto quiere decir que son capaces de modelar las dependencias de datos muy anteriores sin olvidar los patrones de corto alcance entre los datos [35]. Por esto es que en los últimos años, las redes LSTM han adquirido un gran peso en los problemas de predicciones, en particular sobre series de tiempo largas o con dependencias temporales evidentes.

Los ejemplos como el mostrado en la [Tabla 1.2](#) son secuencias sintéticas cortas, que no tienen dependencias de largo alcance. Sin embargo, las series como el EEG son secuencias de miles de datos cronológicamente ordenados que pueden guardar correlaciones de

1.4. LONG SHORT-TERM MEMORY (LSTM)

Tabla 1.2: Ejemplo de predicciones continuas sobre una serie de tiempo, con un modelo de orden 5 y paso de 1

Instantes de tiempo	x_{t-4}	x_{t-3}	x_{t-2}	x_{t-1}	x_t	x_{t+1}
t	1	2	3	4	5	6
t+1	2	3	4	5	6	7
t+2	3	4	5	6	7	8
t+3	4	5	6	7	8	9
t+4	5	6	7	8	9	10
t+5	6	7	8	9	10	11
t+6	7	8	9	10	11	12
t+7	8	9	10	11	12	13
t+8	9	10	11	12	13	14
t+9	10	11	12	13	14	15

corto y largo alcance, por lo que los modelos tradicionales de predicciones o de ML como las RNN pueden no ser suficientes para analizarlas. Es por esto que las redes LSTM han sido utilizadas en diversos trabajos para identificar patrones sobre el EEG [47]-[51].

Capítulo 2

Sobre este trabajo

2.1. Planteamiento del problema

En las BCI asíncronas, particularmente con paradigmas como la imaginación de movimiento, es difícil saber si se está realizando de forma adecuada la tarea mental. Los paradigmas basados en cálculos aritméticos ofrecen una alternativa para hacer posible la verificación de la tarea. Aún con la posibilidad de ser conscientes de la correcta ejecución del paradigma, trabajar de forma asincrónica supone un problema en la activación de la BCI. En particular, para que una interfaz pase de un estado de reposo a un estado activo, es necesario identificar las intenciones del sujeto. Diversas alternativas se han explorado, particularmente aquellas que tienen que ver con aprendizaje maquina como clasificadores o predictores, así como los rasgos derivados del EEG que funcionen adecuadamente para llevar a cabo el control. En los últimos años se han explorado varias posibilidades que consideran el EEG y el aprendizaje maquina, como se describe en el [Capítulo 3](#). Varios de ellos con resultados prometedores, pero con respectivas limitaciones.

En este trabajo se busca crear un método para conseguir una señal continua que funcione como único rasgo para el control continuo de una BCI asincrónica, utilizando las series de potencia (BPTs) obtenidas a partir del EEG en sus diferentes bandas de frecuen-

2.2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

cia. Esta aproximación supone que existe un cambio en la dinámica de estas series en función de la actividad cerebral durante el paradigma de cálculo aritmético.

Suponiendo tal dinámica, se pueden crear dos modelos predictivos LSTM que identifiquen la dinámica en las épocas de cálculo aritmético (actividad) y de reposo respectivamente. Realizando predicciones continuas sobre alguna serie BPs se podría calcular el error de ambas predicciones continuamente, y así, obtener dos series de error continuas cuya dinámica sea inversa para cada estado mental (Actividad/Reposo).

En otras palabras, el error incrementaría en las épocas donde el estado mental actual sea distinto a los datos de estado mental con los cuales se entrenó al modelo de predicción. Así, estas series podrán ser usadas como rasgo único para la estimación del estado mental.

2.2. Pregunta de Investigación

¿Es posible usar modelos de LSTM para hacer predicciones sobre las series de potencia espectral de EEG, entrenando dos modelos distintos con datos de diferente estado mental (Cálculo aritmético/Reposo), y obtener una serie continua derivada de los errores en las predicciones que sirva como control de una BCI?

2.3. Hipótesis

Las arquitecturas LSTM como modelos predictores de series de tiempo pueden ser utilizados como mecanismo de identificación del estado mental (Cálculo aritmético / Reposo), lo que permite usar las series de error de predicción resultantes como control para una BCI asincrónica.

2.4. Objetivos

2.4.1. General

Generar un método basado en aprendizaje maquina que reconozca eficientemente cuando se lleva a cabo una tarea de cálculo mental basado en la información temporal de la potencia en las bandas de EEG.

2.5. JUSTIFICACIÓN

2.4.2. Específicos

- Explorar las combinaciones de canales y bandas que impacten favorablemente en la identificación.
- Determinar la mejor arquitectura del sistema de predicción basado en las métricas de evaluación como el Error Medio Absoluto o coeficiente de correlación, probando con diferentes parámetros de la Red.
- Usar los resultados del modelo de predicción para identificar la información contenida en las señales de EEG en términos de la *realización/no realización* de la tarea mental.

2.5. Justificación

La Ingeniería Biomédica tiene múltiples aplicaciones orientadas a brindar ayuda a personas con trastornos de movimiento o patologías que no les permiten tener una buena calidad de vida. En general, los objetivos y responsabilidades de los investigadores y desarrolladores es utilizar todas las herramientas disponibles para brindar a la población afectada recursos tecnológicos que les permitan tener una mejor calidad de vida. Las BCI son una de estas herramientas de apoyo que, a lo largo de las últimas décadas, ha tomado fuerza y se han vuelto cada vez más sofisticadas. Sin embargo, hay aún mucho camino por recorrer, pues a la luz de nuevas técnicas de análisis y procesamiento de datos, el reto de encontrar implementaciones más eficientes se vuelve una ruta de exploración constante. En este trabajo se propone una alternativa de aprendizaje maquina usando predictores basados en RNN y usando como señal de control las BPs. En particular, se busca explorar esta técnica para brindar una alternativa a sujetos que no son capaces de usar la BCI de manera eficiente con los métodos actuales.

Por otra parte, las series de potencia espectral han sido utilizadas para explorar la dinámica de los eventos autonómicos y como descriptor de su integridad funcional. Este trabajo es la primera aproximación para usar las BPs como señales de control de una BCI, pero también es la primera vez que se usa un sistema de aprendizaje maquina para aproximar la dinámica de las series, lo cual podría ser de utilidad para ser propuestas como biomarcadores de alteraciones autonómicas.

Capítulo 3

Antecedentes

3.1. Paradigma de Cálculo Mental

El desarrollo y restricciones de uso de las Interfaces Cerebro-Computadora han traído como consecuencia la necesidad de indagar sobre técnicas de procesamiento de señales de EEG y paradigmas que permitan una mejor identificación de la intención del sujeto para controlar los actuadores involucrados. A continuación se citan algunos trabajos de investigación que han utilizado el paradigma de cálculo mental (CM).

El CM como tarea de control de una BCI fue sugerida inicialmente por Keirn y colaboradores [52] en 1990, donde se clasificaban segmentos de EEG asociados con la ejecución de una a cinco diferentes tareas. Recientemente, diversos estudios han utilizado el paradigma del CM como tarea para explorar técnicas de clasificación e identificación de actividad mental, los cuales son descritos a continuación.

En 1995 Fernández y colaboradores [53] realizaron experimentos donde mostraban que la ejecución de cálculos aritméticos mentales producían cambios significativos en la densidad de potencia espectral (en inglés *Power Spectral Density (PSD)*) en todas las bandas y en diferentes canales. Basado en lo propuesto por Fernández respecto a las ventajas del paradigma estudiado (CM), en 2016 se realizó un estudio que evaluó el desempeño de

3.1. PARADIGMA DE CÁLCULO MENTAL

la detección continua del cálculo mental, fue realizada por Bojorges-Valdez y colaboradores [6], donde se identificaba actividad y episodios de descanso. Los rasgos utilizados para la clasificación fueron la densidad de potencia espectral en la banda β y el exponente de escalamiento obtenido por el Análisis de Fluctuaciones sin Tendencia (DFA). Ambos índices se estimaron en cuatro canales de EEG seleccionados específicamente para cada sujeto. Los sujetos de prueba fueron 15, los cuales participaron en tres sesiones en diferentes días. El Área bajo la curva ROC (AUROC) se usó para medir el desempeño de clasificación de cada sesión haciendo una validación cruzada y trasladando el modelo obtenido a las sesiones siguientes. Los mejores valores de AUROC superaron el 0.85, confirmando la buena capacidad de clasificación del esquema propuesto.

En [19] se evaluó el uso de un índice de escalamiento como rasgo de entrada para BCI, comparando su desempeño con el de un índice clásico como lo es la potencia espectral, usando como paradigma la tarea de CM. Se encontró que el paradigma propuesto y la selección de rasgos de entrada al clasificador proporcionan un desempeño por encima del umbral de competencia reportado hasta ese momento en la revisión bibliográfica correspondiente.

Soo-In y colaboradores [54] estudiaron la viabilidad de usar EEG adquirido mediante un arreglo de electrodos en el sistema 10-20 mas tres electrodos colocados al rededor de cada oído de los sujetos de experimentación, sumado a un sistema BCI asíncrono para realizar la clasificación entre dos estados mentales: cálculo aritmético y reposo. Los electrodos fueron colocados en cuatro regiones principales (frontal, central, occipital y cerca de los oídos), esto para comparar las características de las señales obtenidas y su desempeño en la clasificación. Los patrones ERD/ERS y los resultados de la clasificación entre las cuatro áreas fueron de diferencias no significativas, excepto para el área occipital. La clasificación se realizó usando Análisis de Discriminante Lineal y el estimador de Shrinkage [55], [56], obteniendo los siguientes resultados: frontal: 72.6%, central: 76.7%, occipital: 82.6% y oído: 75.6%).

Fatimah y cols. [57] realizaron un trabajo en 2020 donde se propone una metodología para detectar automáticamente la realización del cálculo aritmético y la complejidad del mismo usando un solo canal de EEG sobre la zona frontal, central, temporal, parietal y occipital. Las señales fueron procesadas y analizadas en cuatro bandas de frecuencia (γ , β , α , θ and δ), sobre las cuales se calculó la potencia, entropía, media y normalización L2

3.1. PARADIGMA DE CÁLCULO MENTAL

para ser utilizados como rasgos en la clasificación. Se usaron tres algoritmos de aprendizaje maquina para realizar la clasificación: Máquinas de Soporte Vectorial (*Support Vector Machine (SVM)*), Árboles de decisión (*Decision Tree (DT)*) y Análisis de Discriminante Lineal Cuadrático (*Quadratic Linear Discriminant Analysis (QLDA)*). A parte de la clasificación de la tarea mental, los algoritmos realizaron una segunda clasificación dividiendo las épocas en dos grupos basados en la complejidad de la tarea realizada. Los resultados para la identificación de la tarea mental obtenidos se muestran en la [Tabla 3.1](#). Donde el mejor desempeño en términos de precisión (en inglés *Accuracy (ACC)*) se obtuvo al rededor de la zona temporal-central y utilizando el algoritmo de clasificación QLDA.

Tabla 3.1: Resultados de la clasificación (Acc (%)) en las épocas de cálculo aritmético realizado por Fatimah [57]

Canales	SVM	DT	QLDA
Fp1	80.6	90.3	94.4
Fp2	83.3	81.9	97.2
F3	81.9	90.3	100
F4	66.7	90.3	94.4
F7	81.9	84.7	94.4
F8	75	87.5	98.6
T3	77.8	91.7	97.2
T4	66.7	90.3	95.8
C3	80.6	83.3	97.2
C4	79.2	88.9	95.8
T5	72.2	88.9	98.6
T6	76.4	90.3	93.1
P3	75	94.4	97.2
P4	75	86.1	97.2
O1	75	95.8	95.8
C2	65.3	84.7	95.8
Fz	80.6	87.5	100
Cz	81.9	93.1	97.2
Pz	77.8	88.9	97.2

En 2021 Kyungwon Kim [58] realizó un estudio donde la hipótesis fue que la realización de la tarea de cálculo aritmético puede ser evaluada analizando microestados (intervalos de tiempo de 60-120 ms) en el EEG. El estudio evalúa el uso de los microestados como rasgos para clasificar. 36 sujetos fueron incluidos en el estudio, donde los registros se dividieron en “buenos” y “malos” dependiendo de la calidad de la realización por parte de los sujetos. Los microestados fueron obtenidos del EEG durante las épocas de

3.1. PARADIGMA DE CÁLCULO MENTAL

reposo o tarea y fueron separados dependiendo el estado mental al cual pertenecía y a la calidad de la ejecución para posteriormente entrenar los algoritmos de clasificación con estos datos. El valor medio del área bajo la curva ROC más alto reportado es de *0.831*. Los algoritmos de clasificación usados fueron Regresión Logística, Máquinas de Soporte Vectorial (usando diferentes kernels), K - vecinos más cercanos, y Bosques Aleatorios.

Los trabajos citados anteriormente comparten el uso del aprendizaje maquina para la identificación de los estados mentales usando diferentes técnicas y algoritmos ampliamente estudiados. Sin embargo, debido a la variación en los métodos de adquisición y aplicaciones, el desempeño de los diferentes modelos es muy variable, por lo que existe un margen de mejoría que avala su exploración. En años recientes se han propuesto diversas arquitecturas que optimicen la información extraída de las series o procesos estocásticos mediante los algoritmos y supuestos del aprendizaje maquina [34]. Un estudio que explota las cualidades del ML es el realizado por Forney [59], quien propone una técnica de clasificación de EEG usando Redes Neuronales Recurrentes. En el experimento, la señal de EEG se registró a cada sujeto mientras llevaban a cabo una o varias tareas de Imaginación de Movimiento. El modelo, conocido como Red Neuronal Recurrente de Elman (*Elman's RNN*) se entrenó como Predictor momento a momento, mostrando que la predicción resultante tenía un error menor a 1.18% en el rango de la señal. Posteriormente se entrenaron dos modelos con señales de EEG correspondientes a cada clase respectivamente (tarea mental / reposo). La clasificación se realizó a partir del error que producía cada modelo de predicción ya entrenado al recibir una señal “desconocida”, donde la etiqueta se asignaba en función al modelo que producía el menor error, obteniendo resultados con hasta 93% de precisión.

Una revisión sistemática realizada en 2020 por Y. Wei y colaboradores [60] conjunta información sobre aplicaciones Biomédicas basadas en Inteligencia Artificial, en donde se muestran resultados de diversos estudios realizados donde se usa DL y Aprendizaje Maquina. Se muestra que para señales como el EEG y Electrocardiograma (ECG), la PDS y el exponente de Lyapunov son buenos como representación de las señales, y las RNN son eficientes para procesar las series de tiempo. Sin embargo, las RNN tradicionales tienen un problema de dependencia temporal a largo plazo, es decir, pérdida de información. Para resolver este problema, surgen las *Long Short-term Memory Networks (LSTM)*, las cuales han sido utilizadas recientemente para el procesamiento de señales biomédicas, según la revisión de los autores.

3.2. EEG/BCI y redes LSTM

Las redes LSTM son cada vez más utilizadas, ya sea por sí solas o acopladas en sistemas que incluyan otras arquitecturas de ML [61]-[64]. A pesar de que se propusieron hace al rededor de 25 años, fue hasta hace no más de seis que las publicaciones y trabajos académicos relacionados al uso de las LSTM incrementaron significativamente. Esto se debe a que se necesita una gran cantidad de recursos de cómputo para implementar eficientemente este tipo de redes. A continuación se mencionan algunos trabajos relevantes que usan modelos LSTM para aplicaciones relacionadas con Interfaces Cerebro-Computadora.

En el 2018 Wang y colaboradores [47] analizaron señales de EEG mediante la variación del método de reducción de dimensiones 1d-SAX, con el cual se utiliza como rasgo de entrada a un clasificador las pendientes de regresiones lineales sobre los datos crudos de EEG. Este método fue nombrado “*One Dimension-Aggregate Approximation (1d-AX)*”, el cual, combinado con un clasificador basado en una red LSTM con función no lineal softmax en la última capa para obtener las probabilidades posteriores de las clases, se pudieron obtener valores de *Accuracy* entre el 70% y 80% para clasificación binaria en distintos datasets que contienen señales de EEG correspondientes al paradigma de Imaginación de Movimiento.

Slawomir Opalka y colaboradores, en 2019 [51], realizaron una serie de experimentos que consistían en dos tipos de imaginación de movimiento y una tarea de recuerdo de palabras. En este estudio se busco hacer la clasificación de las tareas mentales utilizando distintas redes LSTM alimentadas con diferentes rasgos de las señales de EEG. Los rasgos fueron extraídos utilizando un método de multidimensionalidad, donde se submuestra la señal de EEG en sus diferentes canales y se ordena en ventanas de “ n ” número de muestras. Las diferentes arquitecturas utilizadas variaban en las dimensiones de entrada, lo cual está en función del método de análisis multidimensional. Los resultados aproximados fueron del 60% al 64% de *Accuracy* en promedio.

P. Nagabushanam y colaboradores [65] realizaron un estudio en 2019 donde compararon distintos modelos de ML como SVM, LR, MLP, y dos redes LSTM con diferentes arquitecturas para la clasificación de EEG de sujetos control, con enfermedad de Alzheimer diagnosticada y deterioro cognitivo leve. Utilizando distintas técnicas de optimiza-

3.3. ESTIMACIÓN DEL CÁLCULO ARITMÉTICO MEDIANTE LSTM

ción, funciones de activación y métricas de error, los mejores resultados se obtuvieron utilizando las redes LSTM y una configuración de MLP propuesta por los autores. En particular, las redes LSTM consiguieron valores de: *Accuracy*: 0.7138; *Precision*: 0.7166; *Recall*: 0.7338; *F1 score*: 0.7251.

Por su parte, Guangyi Zhang y colaboradores [49] publican un trabajo en 2020 donde proponen un método para identificar la ejecución de movimiento de extremidades superiores. Es decir, clasificar el movimiento de mano derecha o izquierda. Para esto utilizaron diferentes modelos de ML, entre ellos el modelo LSTM. Los rasgos utilizados fueron de tipo temporales (media, varianza, curtosis, skewness, cruce por cero, área absoluta bajo la señal y amplitud pico-pico) y espectrales (amplitud del espectro, potencia absoluta, y potencia en cada banda). Los resultados para la red LSTM en validación cruzada de 10 vías fueron de: *Accuracy*: 77.2 ± 2.5 ; *Precisión*: 77.2 ± 1.5 ; *Recall*: 76.9 ± 1.1 .

3.3. Estimación del cálculo aritmético mediante LSTM

Como se mostró en la sección anterior, el uso de algoritmos y modelos de aprendizaje maquina es cada vez más usado en el campo de las BCI, así como en el procesamiento de EEG en múltiples aplicaciones. En particular, las redes LSTM han sido utilizadas frecuentemente para analizar señales bioeléctricas desde hace unos años, y el campo de la neuroingeniería no es la excepción, pues estos modelos son particularmente útiles al estudiar las series de tiempo con correlaciones a largo plazo.

Este trabajo pretende utilizar las redes LSTM para estimar el estado mental durante un experimento de cálculo aritmético, por lo que a continuación se citan algunos trabajos recientes que han abordado este campo de estudio.

En 2020, Ganguly [66] utiliza las redes LSTM como algoritmo de clasificación para la tarea de cálculo mental. En este estudio se analizaron señales de EEG en 22 canales de 36 sujetos. Se usaron los modelos LSTM para reducir los canales de análisis e identificar los rasgos del EEG que optimizan los resultados de la clasificación utilizando dos redes en cascada.

Los rasgos del EEG principales fueron medidas de tendencia central sobre los diferentes estados mentales, utilizando ventanas de tiempo fijas para el cálculo de los rasgos estáticos, los cuales incluyen la potencia espectral calculada mediante periodograma. Usando

3.3. ESTIMACIÓN DEL CÁLCULO ARITMÉTICO MEDIANTE LSTM

estos rasgos y las dos redes LSTM en cascada, el estudio obtuvo los resultados que se observan en la [Figura 3.1](#).

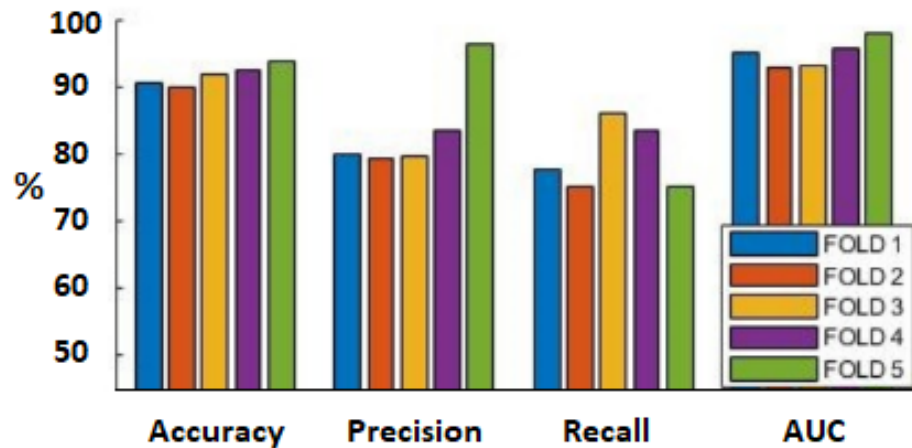


Figura 3.1: Resultados obtenidos por Ganguly para diferentes iteraciones en la validación cruzada [66].

Abhishek Varshney [67] en 2021 propuso un método para categorizar la tarea mental del cálculo aritmético sobre señales de EEG multicanal, donde los electrodos fueron colocados en las zonas frontal, central, parietal, temporal y occipital. Esta aproximación evalúa varios rasgos derivados de entropía, como la entropía aproximada, entropía de muestra, entropía permutada, etc. Este análisis no lineal se realizó a cada canal de EEG, y los resultados fueron utilizados para alimentar varios modelos de Redes Neuronales Recurrentes, como LSTM, LSTM bidireccional (BLSTM), y GRU (Gradient Recurrent Unit) para buscar la clasificación automática de la tarea mental. La estrategia de clasificación se dividió en dos objetivos: identificar las épocas donde el sujeto realizó bien el cálculo mental (BCM) vs las épocas donde fue un mal cálculo mental (MCM). El segundo objetivo fue identificar las épocas que correspondan a la ejecución del cálculo aritmético (ECM) vs las épocas previas al cálculo (PRE). Los resultados en términos de exactitud son los siguientes:

En promedio, 99.81 %, 99.43 %, y 99.81 %, usando LSTM, BLSTM, y GRU-based RNN respectivamente para el caso BCM vs MCM usando todos los rasgos de entropía mencionados en un proceso de validación cruzada de 10 vías, donde se observó que los resultados fueron significativamente mejores utilizando los rasgos combinados y no individualmente. Para la clasificación ECM vs REP se obtuvieron en promedio valores de exactitud de 99.39 %, 99.44 %, y 99.63 % para los modelos LSTM, BLSTM, y GRU respectivamente utilizando la misma estrategia de validación cruzada y selección de rasgos. En la [Capítulo 6](#) se realiza

3.4. SERIE DE POTENCIA ESPECTRAL (BPTS)

una comparación del método propuesto en esta tesis con el trabajo de Varshney.

Utilizando la misma base de datos que Varshney, Nirde y colaboradores [68] en 2023 proponen un método para la clasificación de tres tipos de tarea mental basadas en el cálculo aritmético: Reposo, cálculo y cálculo complejo. Para esta tarea su propusieron dos algoritmos:

Algoritmo 1: se extrajeron los rasgos temporales de las señales de EEG mediante el cálculo de medidas de tendencia central como la media, desviación estándar, varianza, curtosis y skewness. Estos rasgos fueron usados para entrenar tres modelos de aprendizaje maquina: K - vecinos más cercanos, SVM y DT, obteniendo valores promedio de exactitud de 91 %, 89 % y 65 % respectivamente.

Algoritmo 2, se utiliza el modelo LSTM directamente con los datos de EEG sin la etapa de extracción de rasgos, obteniendo en la mejor de las repeticiones 94% de exactitud en la clasificación.

Por último, en 2021 Fatema Nasrin y cols. [69] realizaron un estudio donde la hipótesis propuesta es que la conectividad funcional se refleja en el EEG en la zona del lóbulo frontal, por lo que las señales adquiridas en los canales correspondientes pueden ser usadas para clasificar la ejecución de la tarea mental (correcta/incorrecta) mediante técnicas de aprendizaje maquina usando una configuración de un solo canal de EEG. Los autores encontraron que la estimación de la correcta ejecución de la tarea puede ser correcta en un 81 % en promedio, utilizando el canal Fp1 y el modelo LSTM. El promedio de todos los canales usados individualmente en la región frontal fue de 75.88%.

3.4. Serie de potencia espectral (BPTS)

Las series de potencia espectral han sido recientemente utilizadas, principalmente para explorar la dinámica de las interconexiones autonómicas, y como descriptor de su integridad funcional. A continuación se describen dos trabajos recientes que utilizan las BPTS en este sentido.

En 2021, Prado y cols. [7] estudiaron las relaciones causales entre las fluctuaciones de procesos autonómicos como la variabilidad de la frecuencia cardiaca (Heart Rate Variability (HRV)) y las series de potencia espectral. Para verificar la existencia de relaciones

3.5. IDENTIFICACIÓN DE LA TAREA (ESTADO MENTAL (*EM*))

causales direccionales usaron la prueba de causalidad de Granger entre la HRV y las series BPTs sobre las bandas α , β y γ , así como un paradigma de respiración controlada para provocar cambios controlados de la frecuencia cardiaca. En el estudio se encontraron relaciones causales en dirección BPTs \rightarrow HRV, mientras que en dirección opuesta los resultados sugieren la alteración de la BPTs debido al proceso homeostático y la ejecución del paradigma. En particular, los resultados más significativos se encontraron sobre la banda γ .

En 2022 se publica un estudio[70] donde se analiza la cirrosis y su impacto en el sistema nervioso, identificado por la limitación en los procesos cognitivos y la alteración en la dinámica de las conexiones neuronales. Tres grupos de sujetos: control, cirrosis y mínima encefalopatía hepática. Se estudió la dinámica de las BPTs sobre las bandas β y γ utilizando el análisis de fluctuaciones sin tendencia o *DFA* por sus siglas en inglés. Para obtener un indicador de los procesos cognitivos se utilizó el paradigma P300, midiendo la latencia y amplitud. En el caso del paradigma P300, se encontraron diferencias entre el grupo control y los dos grupos restantes, siendo las latencias del grupo control significativamente menores. En el caso del *DFA*, al obtener los exponentes de escalamiento, los resultados sugieren que se describen procesos más regulares en presencia de síntomas asociados a encefalopatía hepática.

3.5. Identificación de la tarea (Estado Mental (*EM*))

Para finalizar este capítulo se citaran algunos trabajos donde, mediante diversos algoritmos de clasificación o predicción, algunos autores han propuesto métodos para estimar el estado mental asociado a una tarea particular, no exclusivamente cálculo aritmético. El objetivo de esta revisión es poder comparar los métodos y resultados obtenidos usando diferentes paradigmas y técnicas de estimación.

En primer lugar se menciona el trabajo de Millán [71] desarrollado en 2002, donde se propone una metodología para el reconocimiento de patrones del EEG asociado a la ejecución de alguna tarea mental mediante la implementación de clasificadores basados en RNA. Las tareas mentales fueron tres asociadas al paradigma de imaginación de movimiento. La correcta estimación de la tarea mental consiguió al rededor de 70%. Los autores señalan que la principal propiedad del trabajo es la baja cantidad de malas de-

3.5. IDENTIFICACIÓN DE LA TAREA (ESTADO MENTAL (*EM*))

cisiones por parte del algoritmo (debajo de 5%) y la rápida respuesta del sistema para generar los resultados de forma continua (on-line) de al rededor de medio segundo. También se menciona que el modelo de RNA fue construido con pocas unidades funcionales (perceptrones). Por último, se hace notar que los sistemas fueron entrenados recurrentemente con datos que se obtenían de forma sistemática durante varios días de registros, por lo que el conjunto de datos de entrenamiento consistió de varias realizaciones en días distintos, lo cual, sugiere que mejora la calidad de la calibración del sistema.

Akshansh Gupta y cols. [72] realizaron un estudio en 2019 donde investigaron el uso de diferentes rasgos de las señales de electroencefalografía registradas en múltiples canales para la clasificación de una tarea mental. Uno de los objetivos fue encontrar el o los rasgos más relevantes para conseguir los mejores resultados en la clasificación. De hecho, parte fundamental del estudio consistía no solo en identificar los rasgos más relevantes, sino descartar los que no aportaron mejoras significativas a las tasas de clasificación. Los autores sugieren que el rasgo más relevante para realizar la identificación de la tarea mental es la Densidad de Potencia Espectral (PSD, por sus siglas en inglés (Power Spectral Density)). También se realizaron análisis univariados y multivariados buscando el mejor desempeño de clasificación. Los resultados mostraron que utilizando métodos estadísticos para combinar sistemáticamente los rasgos de EEG con la PSD, la clasificación mejora considerablemente.

Para finalizar esta sección se menciona el artículo publicado en 2020 por Li Wang [73] y colaboradores, quienes realizaron un estudio donde analizaron dos bases de datos con el objetivo de identificar la tarea mental de imaginación de discurso e imaginación de movimiento. Ambos conjuntos de datos fueron procesados para su clasificación mediante dos arquitecturas de ML y variantes de las mismas, Redes Neuronales Convolucionales (Convolutional Neural Network (CNN)) y LSTM. los registros se realizaron usando diferentes configuraciones, en el caso de imaginación de discurso se usó una configuración de 35 canales distribuidos en las zonas frontal, central y parietal, mientras que en los registros de imaginación de movimiento se usaron 22 canales de EEG sobre las mismas zonas más tres canales extra de Electrooculograma (EOG). En ambos casos el filtrado para el análisis se realizó sobre 5 bandas de interés (θ (4-8 Hz), α_1 (8-10 Hz), α_2 (10-13 Hz), β_1 (13-20 Hz) y β_2 (20-30 Hz)). La idea central del trabajo fue diseñar un algoritmo que permitiera encontrar los mejores rasgos de tiempo-frecuencia-espacio para maximizar las tasas de clasificación. En este sentido, los autores reportan que las CNN tuvieron mejor desempe-

3.5. IDENTIFICACIÓN DE LA TAREA (ESTADO MENTAL (EM))

ño y proporcionaron la información de los rasgos en tiempo-frecuencia que optimizaron el algoritmo. Los resultados obtenidos se muestran en la [Figura 3.2](#).

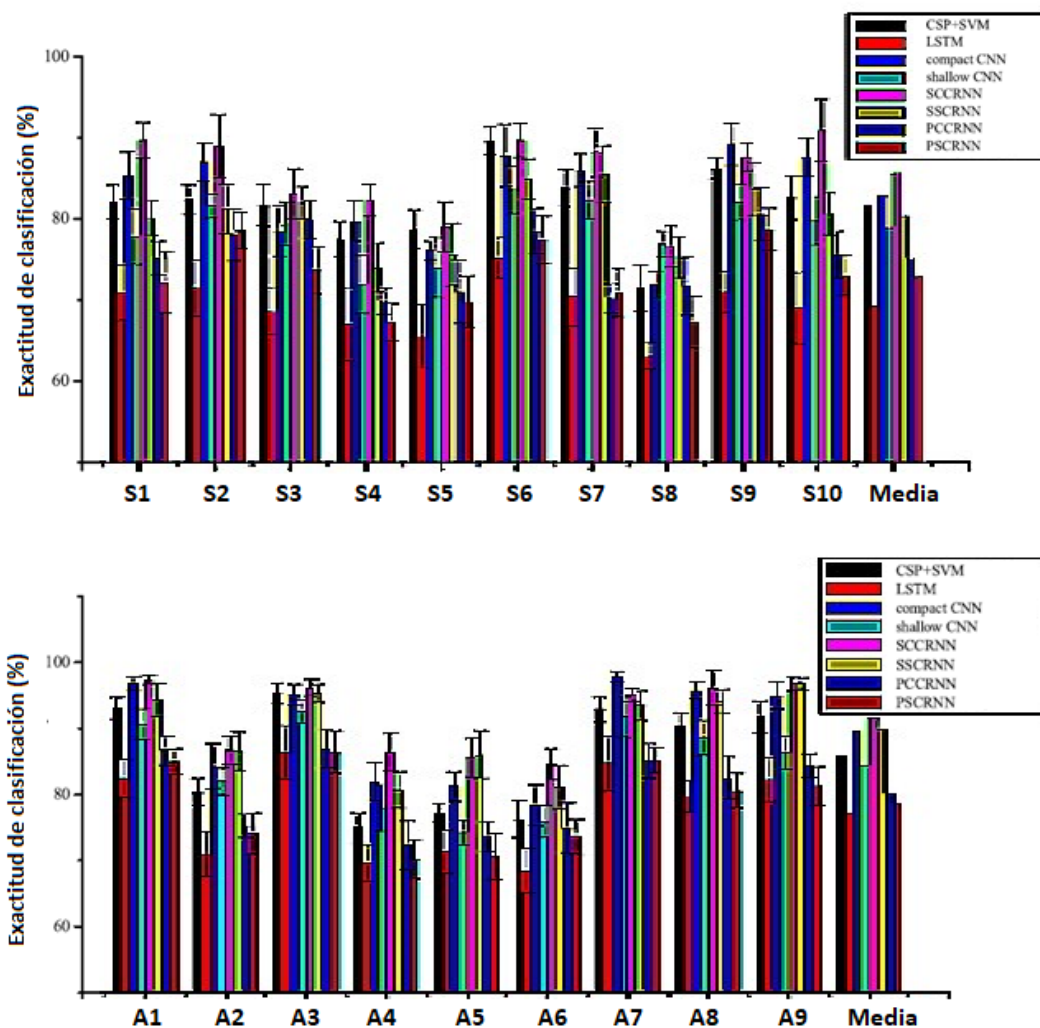


Figura 3.2: Resultados obtenidos por Wang para clasificar las tareas mentales. Superior: imaginación de discurso; inferior: imaginación de movimiento [73].

De acuerdo con la revisión bibliográfica realizada queda claro que la estimación del estado mental en términos de tareas cognitivas realizadas es un campo de estudio vigente y de gran importancia en el campo de las Interfaces Cerebro-Computadora, pues las metodologías propuestas tienen por objetivo común el de desarrollar un sistema capaz de identificar la voluntad del paciente para realizar alguna acción, lo cual es parte fundamental del uso clínico de las BCI. También se puede decir que el paradigma de cálculo aritmético ha sido ampliamente estudiado gracias a los cambios en la dinámica del EEG que genera y a que es un paradigma fácilmente comprobable en su ejecución.

3.5. IDENTIFICACIÓN DE LA TAREA (ESTADO MENTAL (*EM*))

Los investigadores han usado diversas herramientas para estimar, clasificar o identificar la realización de alguna tarea mental de interés, pero son los algoritmos de aprendizaje maquina los que, en los últimos años, han sido principalmente utilizados. En particular, las RNN como los modelos LSTM son arquitecturas robustas que han obtenido resultados notables en los estudios donde fueron utilizadas.

El siguiente capítulo describe la metodología propuesta para este trabajo, la cual fue basada, en parte, en los hallazgos de los investigadores/investigadoras previamente citados.

Capítulo 4

Metodología

4.1. Materiales

Los registros de EEG fueron adquiridos en la Universidad Autónoma Metropolitana unidad Iztapalapa (UAM-I), utilizando un amplificador g.USBamp(g.TEC, Austria) en el Laboratorio de Investigación en Neuroimagenología (LINI).

Todo el procesamiento, despliegue y análisis de resultados se realizaron utilizando **Python 3**, con dos recursos de cómputo: local y el proporcionado por la UAM-I mediante el servidor *Atenea*, disponible en el siguiente enlace: <https://atenea.izt.uam.mx/>.

4.2. Experimento y adquisición de señales

Los experimentos y registros se llevaron a cabo en [19], de donde se pidió la participación voluntaria a 15 sujetos sanos (8 mujeres), cuya edad promedio fue de 25.3 ± 3.47 años, todos con estudios a nivel preparatoria completos. Los sujetos asistieron a tres sesiones de registro en días distintos acorde con su disponibilidad de tiempo, por lo que entre cada sesión se tuvo de entre 6 a 110 días de diferencia. En cada una de las sesiones, los sujetos llevaron a cabo de tres a cuatro realizaciones experimentales, dependiendo del nivel de fatiga expresado. Una realización experimental consistió en la presentación sucesiva de catorce conjuntos de tres a cinco operaciones mentales, previamente agrupa-

4.2. EXPERIMENTO Y ADQUISICIÓN DE SEÑALES

das y seleccionados al azar de una base de 96 conjuntos posibles. Se impidió la repetición de conjuntos durante la misma realización. En todos estos conjuntos de operaciones se usaron números positivos menores a cien, tanto para operandos como para resultados.

Se registraron treinta y dos señales de EEG en diversas posiciones del sistema 10-20. Los canales de registro fueron: Fp[z,1,2], AF[7,3,z,4,8], F[7,3,z,4,8], Fc[3,4], T[7,8] C[3,z,4], Cp[3,4], PO[3,4], P[7,3,z,4,8] y O[1,2,z], como se muestra en la [Figura 4.1](#). La tierra fue colocada en el mastoides derecho. Para la referencia se utilizaron ambos lóbulos de las orejas. Los registros fueron adquiridos usando una frecuencia de muestreo de 512 Hz, con un filtro pasabanda de (0.1 - 60 Hz) y un rechazabanda centrado en 60 Hz. Se pidió a los sujetos que redujeran lo más posible sus movimientos para disminuir los efectos causados por la actividad muscular y/o desplazamientos oculares, dejando que el participante descansara lo suficiente entre cada una de las realizaciones.

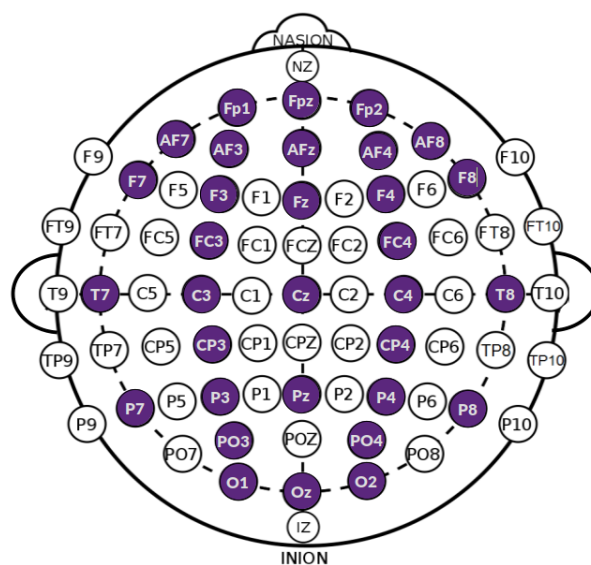


Figura 4.1: Configuración utilizada para la adquisición de las señales de EEG en 32 canales identificados con morado.

4.2.1. Descripción del paradigma utilizado

Los sujetos estuvieron sentados frente a un monitor y se les pidió que calcularan mentalmente las operaciones que se mostraban en pantalla. Al final de cada conjunto verbalizaron el resultado de la operación en el momento señalado por el monitor. Con base a la verbalización de las respuestas, los conjuntos con respuestas incorrectas o que no pudieron ser completadas, fueron descartadas del análisis posterior. Esta decisión fue to-

4.2. EXPERIMENTO Y ADQUISICIÓN DE SEÑALES

mada con la finalidad de evitar la inclusión de épocas de EEG con “falsas” realizaciones de la tarea. Una realización experimental consistió de 20 s de reposo (pantalla en blanco), la presentación de 14 conjuntos de operación-reposo y otros 20 s de reposo. El lapso de tiempo entre la presentación consecutiva de operación fue aleatorio, por lo que la duración total de la prueba resultó de 406 a 425 segundos. Los conjuntos de operación-reposo consistieron en la presentación consecutiva de cinco tipos de ventana, cuya intención fue la generación de bloques de actividad y reposo de distinta duración para evitar la habituación de los sujetos a la prueba. Se mostraron 5 tipos de ventana siempre en el mismo orden:

1. *Atento*. Marcado con una “X”, avisa al sujeto que comenzará la presentación de las operaciones.
2. *Inicio*. Se presenta un número menor a 20 que es el primer operando que debe memorizar y utilizar.
3. *Operar*. Se muestra un símbolo de operación aritmética acompañado por el segundo operando. En la primer ventana de este tipo, la operación se realiza entre el número presentado en Inicio y el actual. Para las ventanas posteriores la operación se realiza entre el operando actual y el resultado de la ventana anterior. Se presentan de 3 a 5 ventanas de este tipo consecutivamente, dependiendo del conjunto seleccionado.
4. *Respuesta*. Se muestra el símbolo “=” y es el momento en el que el sujeto verbaliza su respuesta. Los sujetos siempre recibían retroalimentación, se les decía que la respuesta que dieron fue correcta. Esto se hizo con la finalidad de motivarlos para continuar con la prueba y no distraerse por una mala ejecución.
5. *Reposo*. Se muestran de 2 a 4 ventanas en blanco dependiendo del conjunto seleccionado y posterior a esto comienza la presentación de un nuevo conjunto, que inicia con otra ventana.
6. *De vuelta la paso 1*.

En la [Figura 4.2](#) se muestra un ejemplo de la secuencia de pantallas descritas anteriormente. Todas las ventanas tienen una duración de dos segundos y un intervalo inter-estímulo que varía de entre 625 ms a 725 ms. Para evitar que las operaciones tuvieran

4.2. EXPERIMENTO Y ADQUISICIÓN DE SEÑALES

resultados numéricos racionales, se construyeron 96 conjuntos, donde antes de cada realización se seleccionaron al azar catorce sin permitir repeticiones. Los conjuntos estuvieron formados por la ejecución de 3, 4 o 5 cálculos mentales, y de 4, 3 ó 2 ventanas de Reposo, respectivamente; por lo que todos los conjuntos presentaron exactamente la misma cantidad de ventanas, pero distinta duración de periodos de actividad y reposo. Un conjunto completo tenía una duración de 26.2 a 27.5 segundos, que corresponde a la presentación de 11 ventanas de dos segundos además de los intervalos inter-estímulo. Con esta disposición de ventanas los sujetos atendieron bloques continuos de **Actividad** y bloques de **Reposo**, los cuales fueron usados para el análisis de los datos.

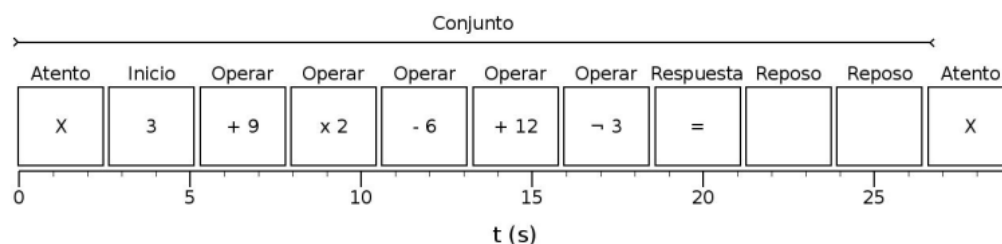


Figura 4.2: Ejemplo del paradigma de cálculo aritmético utilizado [19].

La [Figura 4.3](#) muestra un registro de EEG en el canal Fz, donde se remarcan los intervalos de Actividad (Verde) y Reposo (Rojo) correspondientes a la ejecución del paradigma. Las zonas blancas son los intervalos inter-estímulo y la franja olivo es un intervalo donde la realización de la tarea mental no es confiable debido a que el sujeto proporcionó una respuesta errónea, y por lo tanto, no formará parte del análisis.

Una señal continua codificada se sintetizó con base en los periodos y eventos anteriormente descritos. Así, en el posterior procesamiento, el sistema tendrá indicadores que le permitan identificar los periodos de Actividad, Reposo, Inter-estímulo y respuestas erróneas en las señales de EEG.

4.3. CÁLCULO DE BPTS

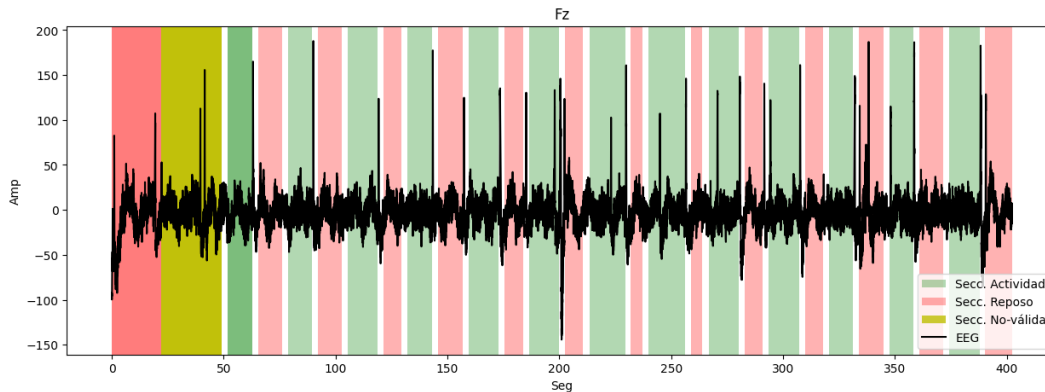


Figura 4.3: Registro de EEG, canal Fz. Secciones verdes: Intervalos de cálculo aritmético; Secciones rojas: Intervalos de reposo; Secciones blancas: Intervalos inter-estímulo; Sección olivo: Intervalo de respuesta errónea.

4.3. Cálculo de BPTs

Como se describió en el [Capítulo 1](#), la serie de potencia espectral es una representación continua en el tiempo de la potencia contenida en una señal de EEG en alguna banda de interés. En otras palabras, describe los cambios de potencia en una determinada banda de frecuencia respecto a toda la energía local.

4.3.1. Densidad Espectral de Potencia (*Power Spectral Density (PSD)*)

La PSD se define como se muestra en la [Ecuación 4.1](#), la cual es una función continua de ω y corresponde a la Transformada de Fourier de Tiempo Discreto de la función de autocorrelación r_x de la secuencia $x[n]$, y refleja su contenido en frecuencia [74], [75].

$$S_x(\omega) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} r_x[l]e^{-j\omega l} \quad (4.1)$$

La estimación $\hat{P}_x(\omega)$ de la densidad espectral para la secuencia $x[n]$ mencionada se conoce como *Periodograma*, y se define como se muestra en la [Ecuación 4.2](#).

$$\hat{P}_x(\omega) = \sum_{l=-N+1}^{N-1} \hat{r}_x[l]e^{-j\omega l} = \frac{1}{N}|X(e^{j\omega})|^2 \quad (4.2)$$

Donde:

$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{j\omega n} \quad (4.3)$$

4.3. CÁLCULO DE BPTS

Periodograma de Welch

Como se mencionó anteriormente, la estimación de la PSD se realiza mediante el cálculo del periodograma, donde se utiliza la función de correlación de la secuencia de interés. Un resultado común para la estimación del periodograma es la transformada de Fourier de $x[n]$. Sin embargo, esta estimación es sensible al ruido inherente de la secuencia, y no necesariamente cumple las propiedades de ser asintóticamente no sesgada y consistente [74]. Es por esto que a lo largo de los años se han propuesto métodos para estimar la PSD de tal forma que se aseguren estas propiedades y se reduzca la influencia del ruido de la secuencia en la estimación. Uno de los métodos más utilizados es el método del periodograma de Welch.

El procedimiento de Welch [76] involucra dividir la secuencia original en k segmentos traslapables. Una ventana se aplica a cada uno de estos segmentos y los resultados de todas ellas se promedian. La ecuación que define la estimación de la densidad espectral mediante el periodograma de Welch es la siguiente:

$$\hat{S}_W(\omega) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{P}_x^k(e^{j\omega}) \quad (4.4)$$

4.3.2. Procedimiento para el cálculo

La serie de potencia espectral *BPTS* se genera utilizando las estimaciones de la PSD en M ventanas de dos segundos (W muestras), traslapadas a lo largo de las señales de EEG. Por cada ventana se obtiene un punto correspondiente a la potencia relativa sobre alguna banda de frecuencia (α, β, γ , o θ). La [Figura 4.4](#) muestra el procedimiento detallado para general dicha serie. El periodograma se calculó con los siguientes parámetros [7]:

- **Tipo de ventana:** Hanning
- **Ancho de la ventana:** $\frac{1}{2}W$
- **Traslape:** 95 %
- **Resolución espectral:** 1024

4.3. CÁLCULO DE BPTS

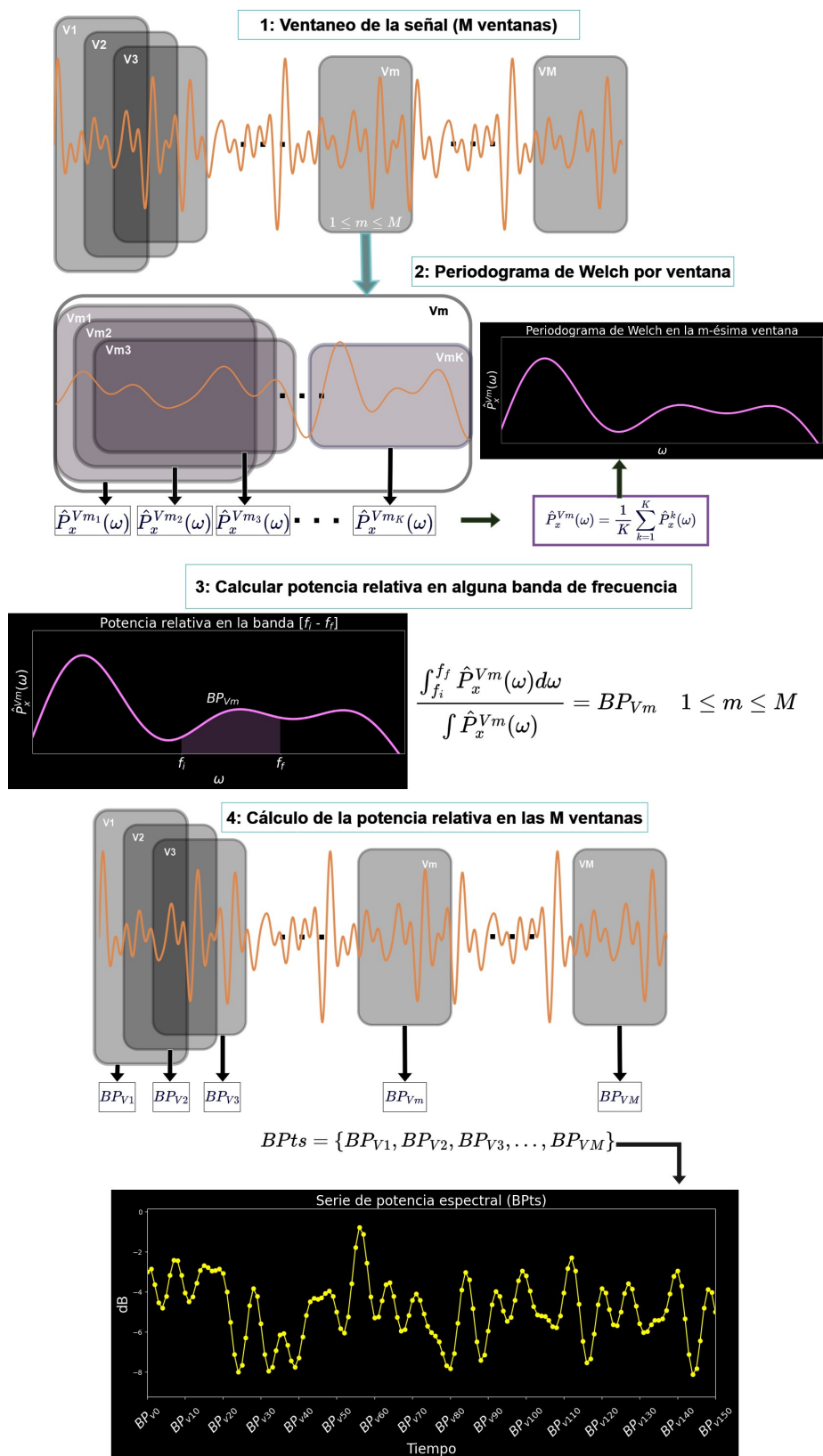


Figura 4.4: Procedimiento para general la BPs.

4.4. Descripción del método

Como se mencionó en el [Capítulo 2](#), el objetivo es estimar el estado mental utilizando una señal continua en el tiempo. Esta señal de error se calcula comparando una serie BPs con su respectiva predicción hecha con un modelo LSTM. Dicho modelo se entrena con datos de BPs correspondientes a un estado mental (Actividad o Reposo). Para una mayor robustez del método, se proponen dos modelos entrenados respectivamente con los datos de cada estado mental, por lo que se tendrán **dos** series de error al final del proceso. El esquema mostrado en la figura 4.5 describe el procedimiento planteado.

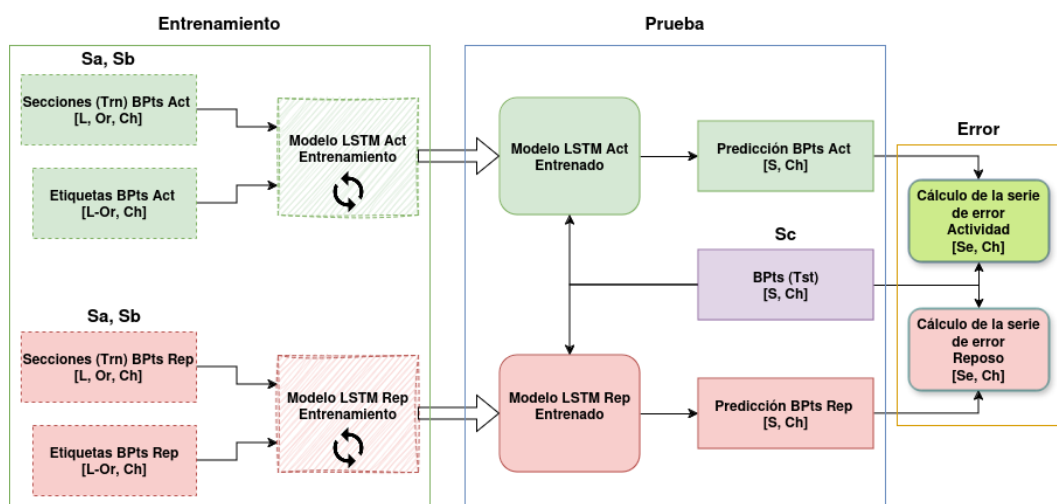


Figura 4.5: Método propuesto dividido en tres secciones: **Entrenamiento** de los modelos; **Prueba** de las redes entrenadas para la predicción de BPs; **Cálculo de las series de Error** usadas para estimar el estado mental.

La primera sección del método consta del procesamiento de las señales de EEG, como se describe en la [Sección 4.5](#). Ahí se extrae la información de las series de potencia correspondientes a cada estado mental y se organiza adecuadamente para poder entrenar ([Sección 4.7](#)) a los modelos LSTM previamente configurados, como se explica en la [Sección 4.6](#). La segunda etapa consiste en usar una señal BPs no vista por los modelos y realizar las predicciones de esta ([Sección 4.8](#)). Estas series de predicción son organizadas y procesadas. En la tercera sección se calculan las series de error a partir del Error Medio Absoluto entre las señales predichas y la BPs real, como se describe con detalle en la [Sección 4.10](#), para posteriormente estimar el estado mental, midiendo la efectividad de la estimación calculando el Área bajo la curva ROC ([Sección 4.11](#)).

4.5. PROCESAMIENTO

En las siguientes secciones se describirá a detalle el método planteado. Dicho proceso se realizó considerando dos diferentes configuraciones en la elección de canales: **32** y **18**. Es decir, se realizaron dos análisis, uno utilizando toda la información espacial disponible (32 canales) y otro usando solo la información espacial sobre los lóbulos frontal y parietal, al rededor de la zona motora [53], [77], [78] (18 canales): AF[3,z,], F[3,z,4], FC[3,4], C[3,z,4], CP[3,4], P[3,z,4], PO[1,2], como se observa en la [Figura 4.6](#).

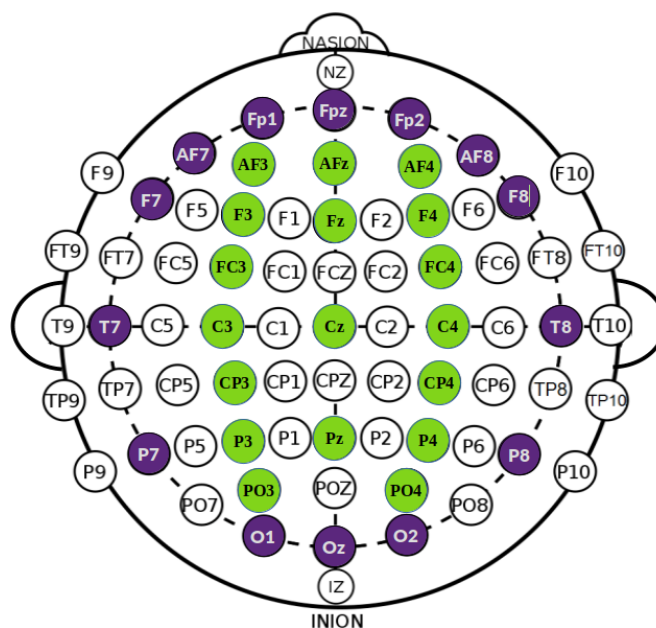


Figura 4.6: Subconjunto de 18 canales utilizados para el análisis. Canales relevantes en el paradigma del cálculo mental. Morado: Arreglo de 32 canales original; Verde: Máscara de 18 canales.

4.5. Procesamiento

A los 32 canales de EEG se les removió la tendencia antes de iniciar con el procesamiento.

Como se mencionó en la [Subsección 4.2.1](#), una señal codificada (SC) fue sintetizada a la par de los registros de EEG, en la cual se señala mediante indicadores numéricos el estado del paradigma. Es decir, se codifica en número la actividad realizada por el sujeto durante el experimento:

- **-1:** Respuesta equivocada
- **0:** Reposo

4.5. PROCESAMIENTO

- **1:** Operar
- **2:** Atento
- **3:** Respuesta válida

En la [Figura 4.7](#) se muestra un ejemplo de una SC para uno de los registros, donde en el primer periodo de *operación aritmética* el sujeto proporcionó una respuesta equivocada. Cada uno de los registros tiene una señal SC asociada, por lo que el análisis de las señales de EEG se construye con esta base, incorporando solo los intervalos de operación aritmética verificables.

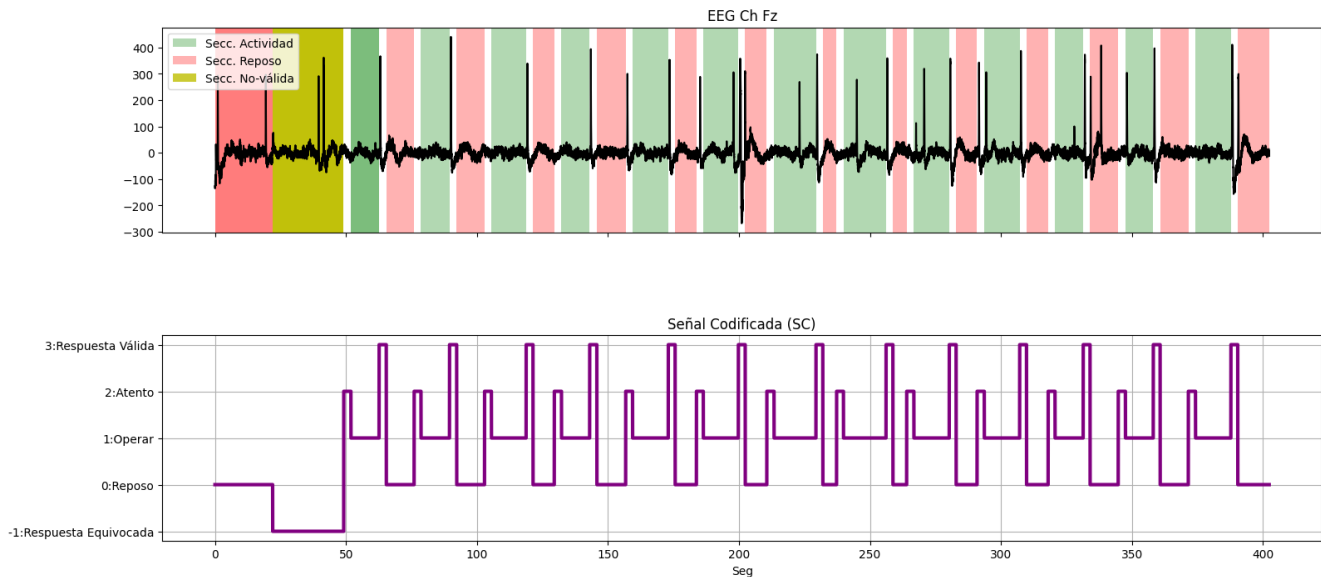


Figura 4.7: Seguimiento del estado del experimento mediante la señal codificada SC.

Utilizando la SC correspondiente, se extrajeron sistemáticamente todas las secciones de Reposo y todas las secciones de Actividad, ordenando cada una de ellas en dos diferentes conjuntos:

$$X_a = \{xa_0, xa_1, xa_2, \dots, xa_{n-1}\}$$

$$X_r = \{xr_0, xr_1, xr_2, \dots, xr_{m-1}\}$$

Donde X_a es el conjunto de secciones de EEG correspondientes a los intervalos de *actividad*: xa_0, \dots, xa_{n-1} , considerando que existen n secciones en total; X_r es el conjunto de secciones de EEG en los intervalos de *reposo*: xr_0, \dots, xr_{m-1} , considerando que existen m intervalos de reposo. Es importante señalar que la dimensión de cada sección depende de la cantidad de canales de EEG analizados (ch). Es decir:

4.5. PROCESAMIENTO

$$xa_i \in \mathbb{R}^{P_i \times ch}$$

$$xr_j \in \mathbb{R}^{Q_j \times ch}$$

Donde $i = \{0, \dots, n-1\}$, $j = \{0, \dots, m-1\}$ indican la i -ésima o j -ésima sección de cada estado mental. También, P_i y Q_j indican el de cada una de las secciones.

Posterior a esta segmentación de los registros en todos sus canales, se procede a calcular la BPTs para cada sección de ambos conjuntos, tal como se describe en la [Sección 4.3](#). De esta forma se obtienen dos nuevos conjuntos de señales correspondientes a las series de potencia de cada sección:

$$BPts_a = \{Ba_0, Ba_1, Ba_2, \dots, Ba_{n-1}\}, \quad \text{donde: } Ba_i \in \mathbb{R}^{P_i \times ch}$$

$$BPts_r = \{Br_0, Br_1, Br_2, \dots, Br_{m-1}\}, \quad \text{donde: } Br_j \in \mathbb{R}^{Q_j \times ch}$$

La [Figura 4.8](#) muestra el procedimiento de segmentación y cálculo de la serie de potencia para el canal Fz sobre la banda β . Se resaltan las secciones de BPTs en diferente color para su identificación. Recordar que este proceso se realiza en todos los canales analizados.

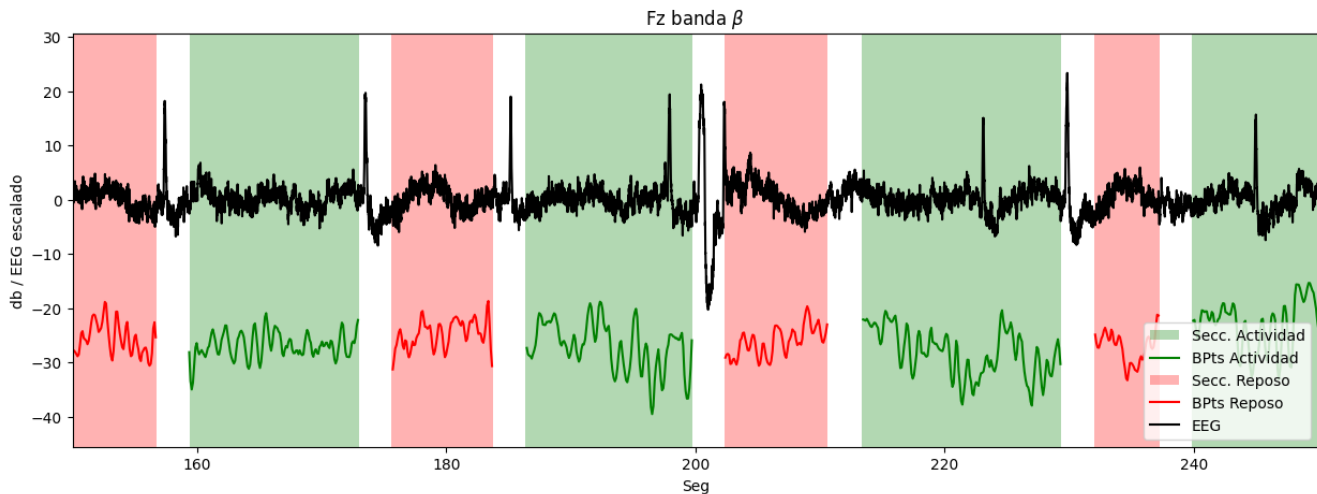


Figura 4.8: Cálculo de las BPTs para cada segmento de EEG correspondiente a algún estado mental (Actividad/Reposo).

Las series de potencia son calculadas para las bandas θ , α , β y γ por separado.

4.6. Arquitectura LSTM

En el [Capítulo 1](#) se discutió la teoría de las redes LSTM, donde se mostró su arquitectura interna y las aplicaciones como predictores. En esta sección se hablará sobre los detalles de implementación en *Python*, utilizando la librería *Tensorflow* y *Keras*. En principio, la arquitectura LSTM es una variante de las RNN que recibe como entrada una secuencia de datos para problemas de predicción, que pueden ser de una o múltiples dimensiones. Es decir, los datos de entrada a la arquitectura deben estar correctamente configurados para ser analizados de manera adecuada. Otro punto a considerar es el orden del modelo de predicción, es decir las muestras pasadas que deben ser analizadas para poder estimar el valor siguiente.

Para esta implementación es necesario reorganizar las dimensiones de los datos X a analizar, configurándolos de la siguiente manera:

$$X \in \mathbb{R}^{samples \times LookBack \times Dimension}$$

- **Samples:** Se refiere al número de *muestras* en la secuencia.
- **Look Back (LB):** Define el *orden* del modelo. Es decir, las muestras pasadas a analizar para realizar la predicción.
- **Dimension:** La dimensión de la señal de entrada. En este caso, la dimensión es el número de canales.

Así como los MLP, las redes LSTM pueden ser configuradas de múltiples maneras, en particular, es necesario definir las *capas ocultas* que conformarán el sistema. También es importante establecer el algoritmo de optimización y la medida del error que será usada para entrenar el modelo. Por último, es necesario configurar el método de “paro” en el entrenamiento. En este contexto se conoce como “época”. En cada época la red actualiza los coeficientes de las matrices internas del sistema, reduciendo el error de predicción. En el entrenamiento, el número de épocas equivale al número de veces que el modelo ajustará sus parámetros internos buscando la solución óptima con base en los datos. Debido a que este trabajo es la primera aproximación a utilizar este tipo de redes para predecir las series BPTs, los parámetros referentes a la arquitectura de la red fueron seleccionados de manera heurística, realizando pruebas variando cada uno y observando el resultado en términos de la correlación entre la señal BPTs predicha y la real ([Sección 4.9](#)). Los parámetros tomaron los siguientes valores:

4.7. ENTRENAMIENTO

- **No. de unidades LSTM:** 150
- **LB modelo Actividad (LB_{Act}):** 10
- **LB modelo Reposo (LB_{Rep}):** 10
- **Optimizador:** Adam [79]
- **Medida del error:** Mean Absolute Error
- **No. de épocas:** 100

4.7. Entrenamiento

Definida la arquitectura de los modelos, se procedió a ordenar los datos de los conjuntos X_a y X_r con la configuración de tres dimensiones mencionada anteriormente. Donde el parámetro **Samples** es equivalente al total de muestras en todas las secciones de actividad o reposo. Por lo tanto, los datos de entrenamiento tienen la siguiente configuración:

$$X_a : [Samples_Act_{total}, 5, ch]$$

$$X_r : [Samples_Rep_{total}, 10, ch]$$

Como todo algoritmo de aprendizaje supervisado es necesario alimentar el sistema con las etiquetas para poder realizar el entrenamiento. En este caso, las etiquetas y_t son secuencias de datos correspondientes al valor x_{t+1} para cada *paso*. La [Tabla 4.1](#) muestra un ejemplo de los datos X y las etiquetas Y .

Tabla 4.1: Ejemplo de predicciones continuas sobre una serie de tiempo, con un modelo de orden 5 y paso de 1

Instantes de tiempo	x_{t-4}	x_{t-3}	x_{t-2}	x_{t-1}	x_t	y_t
t	1	2	3	4	5	6
t+1	2	3	4	5	6	7
t+2	3	4	5	6	7	8
t+3	4	5	6	7	8	9
t+4	5	6	7	8	9	10
t+5	6	7	8	9	10	11
t+6	7	8	9	10	11	12
t+7	8	9	10	11	12	13
t+8	9	10	11	12	13	14
t+9	10	11	12	13	14	15

4.7. ENTRENAMIENTO

En el ejemplo anterior, la serie $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{15}\}$ de L muestras es utilizada para entrenar un predictor de orden 5, con un paso de una muestra. Por lo tanto, el vector de etiquetas Y comienza desde el valor x_6 y termina en x_{15} :

$$X = x_1, x_2, \dots, x_{15}$$

$$Y = x_6, x_7, \dots, x_{15}$$

Así, el vector Y se compone de $L - LB$ muestras. En este caso, el valor LB es igual a 5, el valor del orden del modelo, por lo tanto, Y tiene $L - 5$ muestras.

Las series X y Y son presentadas a los modelos de *Actividad* y *Reposo* respectivamente como el conjunto de entrenamiento, donde las dimensiones son:

$$X_a : [Samples_{total}, LB_{Act}, ch]$$

$$Y_a : [Samples_{total} - LB_{Act}, ch]$$

$$X_r : [Samples_{total}, LB_{Rep}, ch]$$

$$Y_r : [Samples_{total} - LB_{Rep}, ch]$$

De esta forma, los dos modelos son entrenados utilizando las etiquetas proporcionadas con las configuraciones respectivas. Cabe resaltar que el acomodo de datos se realizó ordenando de forma metodológica los datos X con su correspondiente etiqueta Y , y de esta forma asegurar que los modelos recibieran los datos como múltiples repeticiones de las secciones de actividad y reposo, y no como una sola serie continua.

Este proceso se realizó para las cuatro bandas de potencia de interés de forma independiente.

4.7.1. Datos

Como se detalló en la [Subsección 4.2.1](#), se realizaron tres sesiones experimentales. En cada sesión se adquirieron de tres a cuatro repeticiones del paradigma descrito. Es decir, existen de 9 a 12 registros por sujeto.

Dado que el objetivo del trabajo es crear un sistema que permita controlar una BCI asíncrona, es necesario que el modelo sea capaz de realizar buenas predicciones sobre datos de prueba que hayan sido adquiridos en un día distinto a los datos de entrenamiento. Por eso, se propone entrenar el sistema con todos los registros de dos sesiones

4.8. PRUEBA

experimentales y probar sobre la sesión restante. Esto implica que en el proceso es posible hacer una validación cruzada intra-sesión de tres vías. Las posibles combinaciones son:

1. Entrenar con sesiones 1 y 2; Probar sobre la sesión 3
2. Entrenar con sesiones 2 y 3; Probar sobre la sesión 1
3. Entrenar con sesiones 1 y 3; Probar sobre la sesión 2

De esta forma, después del proceso de entrenamiento (al rededor de hora y media por sujeto), se tienen dos modelos LSTM ($LSTM_{Act}$ y $LSTM_{Rep}$) por sujeto, listos para pasar a la etapa de prueba con registros no vistos.

4.8. Prueba

Al igual que en los datos de entrenamiento, las series deben tener las dimensiones adecuadas para ser proporcionados al modelo entrenado. Se realiza el procedimiento descrito en la [Sección 4.7](#) para la sesión de prueba correspondiente.

Cada registro de la sesión es configurado en el arreglo de tres dimensiones, posteriormente y de forma individual, cada registro es usado para probar los modelos $LSTM_{Act}$ y $LSTM_{Rep}$ de forma simultánea, como se muestra en la [Figura 4.5](#).

Los modelos proporcionan a la salida las predicciones de las BPTs en la banda de interés para todos los canales analizados. Es decir, la señal de salida tiene las siguientes dimensiones:

$$\begin{aligned}
 Prediccion_{Act} &: [Samples - LB_{Act}, ch] \\
 Prediccion_{Rep} &: [Samples - LB_{Rep}, ch]
 \end{aligned}$$

4.9. Evaluación de los modelos

Al obtener las predicciones realizadas por ambos modelos es posible calcular la correlación y el error con la BPTs original, y de esta forma, tener indicadores del desempeño general de los sistemas. Un par de métricas comúnmente usadas para este fin son el Coeficiente de Correlación de *Pearson* $r - value$ y el Error Medio Absoluto (*Mean Absolute*

4.9. EVALUACIÓN DE LOS MODELOS

Error (MAE)[80]-[84].

La evaluación de los modelos se realizó para tres de los sujetos seleccionados aleatoriamente, en donde se utilizó un subconjunto de los datos de entrenamiento y prueba para cada combinación de los siguientes parámetros en la arquitectura:

- Unidades LSTM: 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200
- Orden: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 20, 25, 30, 50

Para evaluar el desempeño general de los modelos como predictores se utilizaron las secciones de BPTs recortadas que se describen en la [Sección 4.5](#), con la diferencia de que las series se ordenan como una sola serie temporal, es decir, los datos se concatenan horizontalmente. Así se obtienen las series $S.bpts_{Act}$ y $S.bpts_{Rep}$. De igual forma, se recortan y concatenan las secciones de actividad y reposo de las predicciones P :

- $S.bpts_{Act}$: Serie continua de secciones de actividad de la BPTs real.
- $S.bpts_{Rep}$: Serie continua de secciones de reposo de la BPTs real.
- P_aA : Serie continua de las secciones de actividad en la predicción del modelo de actividad.
- P_aR : Serie continua de las secciones de reposo en la predicción del modelo de actividad.
- P_rA : Serie continua de las secciones de actividad en la predicción del modelo de reposo.
- P_rR : Serie continua de las secciones de reposo en la predicción del modelo de reposo.

4.9.1. Matriz de correlaciones

El Coeficiente de Correlación representa la relación lineal que existe entre los valores predichos Y y los valores reales X . La ecuación 4.5 muestra la expresión típica para el cálculo de dicho coeficiente, donde \bar{X} y \bar{Y} representan el promedio de la serie real y la predicción respectivamente.

$$r_{xy} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X - \bar{X})^2 \sum(Y - \bar{Y})^2}} \quad (4.5)$$

4.9. EVALUACIÓN DE LOS MODELOS

La **Figura 4.9** muestra el procedimiento para evaluar las predicciones usando la métrica r – *value*. Donde se grafican en el eje 'y' las series derivadas de las predicciones y en el eje 'x' las series derivadas de la BPTs real. Existen cuatro combinaciones:

1. $S.bpts_{Act}$ vs P_aA
2. $S.bpts_{Rep}$ vs P_aR
3. $S.bpts_{Act}$ vs P_rA
4. $S.bpts_{Rep}$ vs P_rR

En general, se espera que las opciones (1) y (4) tengan mayor correlación, pues los datos a predecir son de la misma clase que los datos con los que se entrenaron los modelos. Por el contrario, las opciones (2) y (3) idealmente tendrían baja correlación, pues los datos a predecir son de clases distintas a los datos con los que se entrenaron los modelos. Estas cuatro combinaciones es posible ordenarlas en una *matriz de correlaciones* de 2×2 .

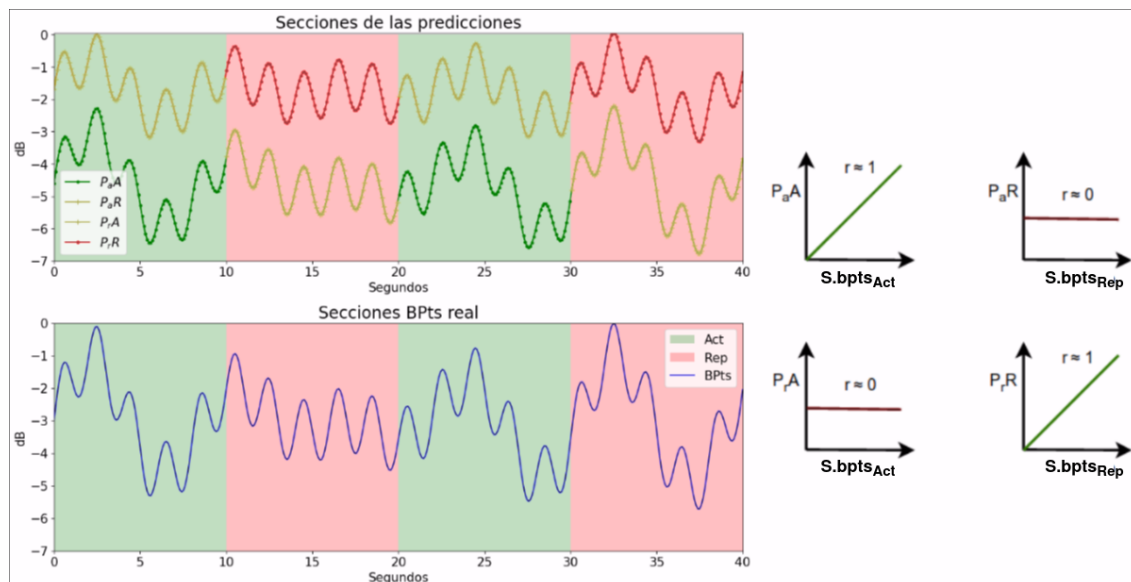


Figura 4.9: Evaluación de los modelos creados midiendo la correlación entre la serie real BPTs con las predicciones, comparando las secciones de actividad/reposo en cada una y sus combinaciones. Izquierda: Segmentación por secciones y concatenación de las series; Derecha: Matriz de correlaciones.

De acuerdo al arreglo de la matriz de correlaciones, se espera que los elementos de la diagonal tengan mayor valor de r – *value* (cercano a 1) que los elementos fuera de la diagonal (cercano a 0). De esta forma, se tiene una forma de medir el desempeño general

4.10. CÁLCULO DE LAS SERIES DE ERROR

de los modelos usando un solo arreglo de valores en forma de matriz. Cabe mencionar que esta matriz de correlaciones se calcula por cada canal de salida, lo cual permitiría utilizarla sistemáticamente para seleccionar los canales con mejor desempeño de cada sujeto. Para realizar un análisis simplificado, se consideró la información de todos los canales y realizaciones para cada uno de los tres sujetos.

4.9.2. Error Medio Absoluto

En complemento a la matriz de correlaciones es posible realizar la medición del error de predicción de forma directa sobre las series sintetizadas anteriormente utilizando el Error Medio Absoluto o MAE, por sus siglas en inglés. El MAE mide el promedio de las diferencias entre las series de largo N correspondientes a los datos reales $S_r = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ y predichos $S_p = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ [85]. La ecuación (4.6) describe el cálculo del MAE.

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ||x_i - y_i|| \quad (4.6)$$

Utilizando este par de métricas de evaluación es posible implementar estrategias para mejorar el desempeño de los modelos, realizando variaciones sistemáticas de los parámetros de la red o canales de análisis. Este procedimiento, al igual que el resto de la metodología, se utilizó considerando un estudio poblacional, donde se reportan los valores promedio de cada métrica para todos los sujetos.

4.10. Cálculo de las series de error

Una vez seleccionada la arquitectura más eficiente, se procede a estimar nuevamente las series de predicciones $Prediccion_{Act}$ y $Prediccion_{Rep}$, con las cuales se calculará una sola serie de error. Como se mencionó anteriormente, las dimensiones de las predicciones dependen del número de canales analizados, por lo que se tendrán 18 o 32 predicciones para cada modelo. Para cada una de estas señales de salida se realiza el siguiente procedimiento mostrado en la figura 4.10:

1. Se define una ventana de análisis de 80 muestras
2. Se calcula el MAE (4.6) en la ventana
3. La ventana se recorre a intervalos de una muestra y se calcula nuevamente el MAE

4.10. CÁLCULO DE LAS SERIES DE ERROR

4. Se realiza el cálculo por ventanas para toda la serie

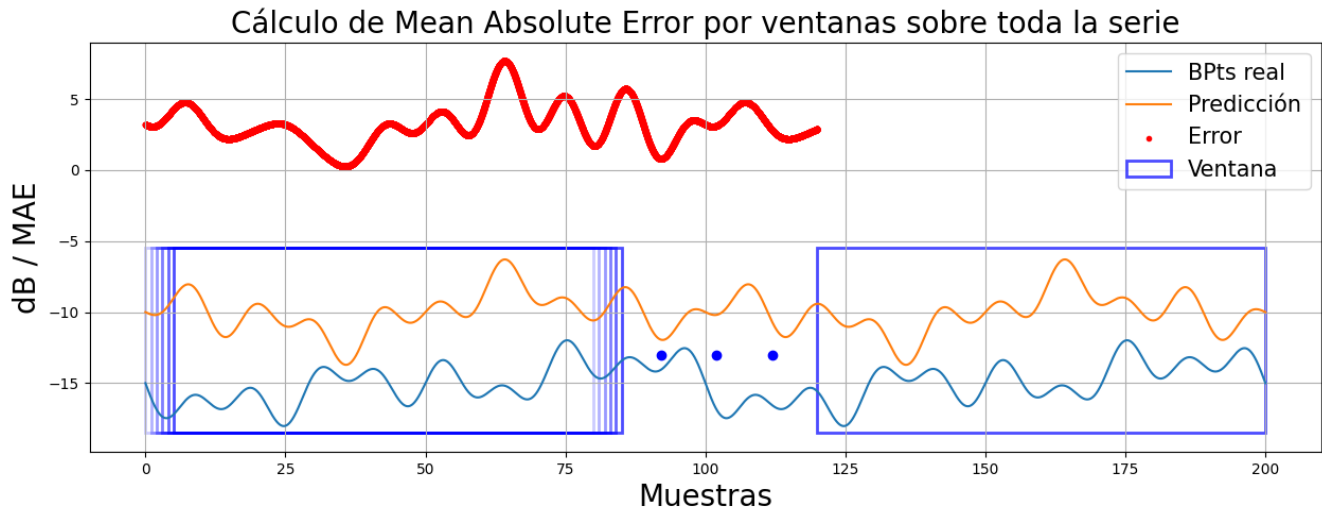


Figura 4.10: Cálculo de la serie de error: un valor de MAE usando una ventana de 80 muestras con paso de una muestra sobre toda la serie de predicción. La señal roja representa la serie de error construida muestra a muestra en cada paso.

El resultado de este proceso es una serie continua de largo $L = s - w$, donde s es la longitud de la predicción de actividad o reposo, y w es el largo de la ventana. Este último parámetro se seleccionó variando de 10 a 100 el largo de la ventana, donde los resultados más convenientes se obtuvieron usando la ventana de 80 muestras.

Para tener una sola serie que pueda ser usada como secuencia de un solo rasgo para el control de una BCI asíncrona, se calcula la **norma** de todas las series de error para ambos modelos. Así, el resultado final son únicamente dos series de error, una por modelo, las cuales son usadas en la siguiente sección para realizar la estimación continua del estado mental. La [Figura 4.11](#) muestra un ejemplo ideal del comportamiento del error esperado, donde se observa que el error derivado del modelo entrenado con datos de cálculo mental $LSTM_{Act}$ disminuye en las secciones de actividad e incrementa en las secciones de reposo, mientras que el error del modelo $LSTM_{Rep}$ incrementa en las secciones de actividad y disminuye en las de reposo.

4.11. EVALUANDO LAS SERIES DE ERROR COMO ESTIMADORES DEL EM

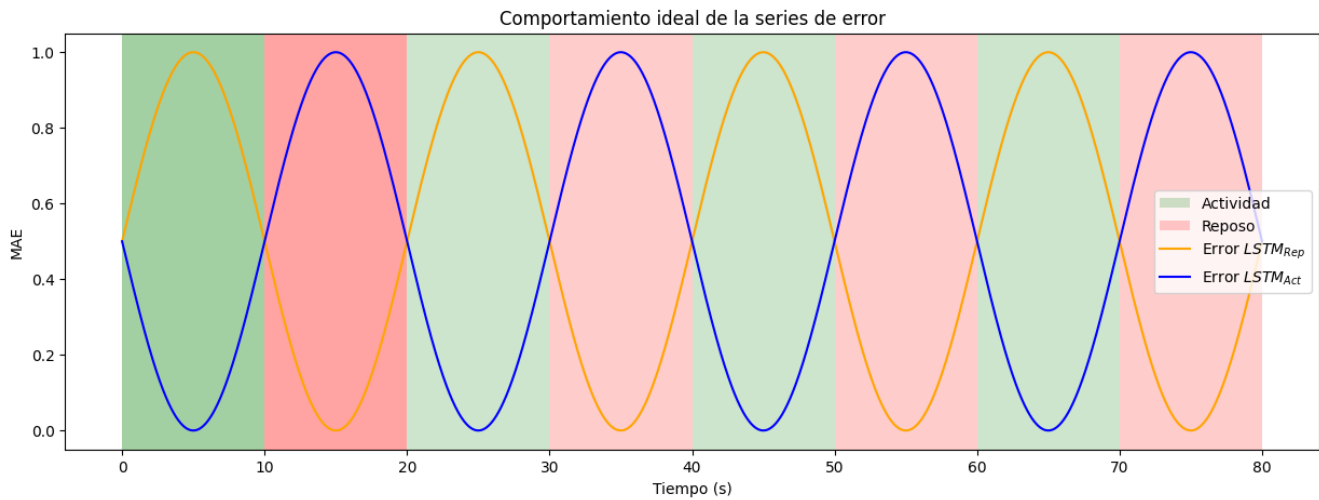


Figura 4.11: Ejemplo del comportamiento esperado de las series de error de ambos modelos sin considerar los intervalos inter-estímulo.

4.11. Evaluando las series de error como estimadores del EM

4.11.1. Métrica: Área bajo la curva ROC

La curva ROC (Receiver Operating Characteristics) es un descriptor que permite evaluar el desempeño de un clasificador con base en la asignación de una clase (+, -). Para clasificación binaria se utiliza una **Matriz de Confusión** (Tabla 4.2) como método para identificar los datos bien o mal clasificados. Los elementos de una matriz de confusión son: *Verdaderos Positivos (VP)*, son datos de la clase (+) clasificados correctamente; *Verdaderos Negativos (VN)*, son datos de la clase negativa bien clasificados; *Falsos Positivos (FP)*, datos de la clase negativa clasificados como positivos; y *Falsos Negativos (FN)*, datos de la clase positivos clasificados como negativos. [86], [87]

Tabla 4.2: Matriz de confusión. Donde P es el total de valores reales positivos (+); N el total de valores reales negativos (-)

		Clase real	
		(+)	(-)
Clasificación	(+)	VP	FP
	(-)	FN	VN
		P	N

4.11. EVALUANDO LAS SERIES DE ERROR COMO ESTIMADORES DEL EM

Utilizando estos elementos es posible calcular las siguientes métricas [87]:

* Tasa de Falsos Positivos (**TFP**): $TFP = \frac{FP}{N}$

* Tasa de Verdaderos Positivos (**TVP**), Recall o Sensibilidad: $TVP = \frac{VP}{P}$

* Precisión o Valor Predictivo Positivo (**VPP**): $VPP = \frac{VP}{VP+FP}$

* Certeza o Accuracy (**Acc**): $Acc = \frac{VP+VN}{P+N}$

* F-measure (**F**): $F = \frac{2}{\frac{1}{VPP} + \frac{1}{TVP}}$

* **Especificidad** = $1 - TFP$

La curva ROC es una gráfica en \mathbb{R}^2 , donde en el eje x corresponde a la TFP y el eje y a la TVP. La [Figura 4.12](#) muestra una curva ROC típica, donde se observan tres puntos relevantes: **A**: (1,1), representa un evento donde todos los datos fueron clasificados como (+); **B**: (0,0), indica una matriz de confusión donde todos los datos fueron asignados a la clase negativa (-); y **C**: (0,1), que representa un evento donde todos los datos (+) fueron clasificados correctamente, y ningún dato de la clase (-) fue clasificado como (+).

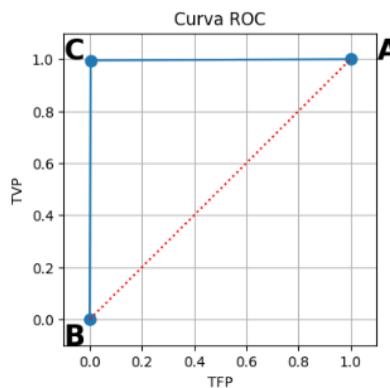


Figura 4.12: Curva ROC. Línea roja: Clasificación aleatoria; **A**: Punto donde todos los datos son clasificados (+); **B**: Punto donde todos los datos son clasificados (-); **C**: Ideal, todos los datos (+) son asignados a la clase (+), y ningún dato (-) es clasificado como (+).

Un clasificador *discriminativo* es aquel que solo indica la pertenencia de los datos a una clase (+) ó (-), y producirá solo un punto de la curva ROC, pues solo es posible estructurar una matriz de confusión, y por lo tanto, un solo valor de TVP y TFP. Por otro lado, los clasificadores *generativos* son aquellos que produzcan probabilidades posteriores de los datos $[P(x/+), P(x/-)]$, y son estos los que pueden tener más de un punto en la curva

4.11. EVALUANDO LAS SERIES DE ERROR COMO ESTIMADORES DEL EM

ROC si se realiza un “barrido” sobre la función de probabilidad posterior y, con base en esto, se toma una decisión binaria de clasificación. Es decir, si la probabilidad $P(x/+)$ de un dato x es mayor a un umbral τ , para $0 \leq \tau \leq 1$, el dato x se asigna a la clase positiva, de otro modo se asigna a la clase negativa:

$$C(x) = \begin{cases} (+) & \text{si } P(x/+) \geq \tau \\ (-) & \text{Otro caso} \end{cases}$$

De esta forma, en cada variación del umbral τ se obtienen nuevos valores de TVP y TFP, con los cuales se puede tener un nuevo punto en la curva ROC. Esta curva transmite información sobre el rendimiento en “todas” las posibles combinaciones de costos de error y distribuciones de clase [88].

El Área bajo la curva ROC (AUROC) se calcula para obtener una descripción del desempeño de un clasificador bajo los supuestos mencionados anteriormente. Por construcción, el valor AUROC se encuentra entre 0.5 y 1 (ver [Figura 4.13](#)), donde 1 es un desempeño ideal y 0.5 es una clasificación al aleatoria. Curvas ROC que tengan áreas que se encuentren entre 0 y 0.5, son denominadas curvas o valores AUROC *impropios*. Una posible causa para que el área bajo una curva ROC se encuentre en este intervalo es que la decisión binaria basada en el umbral τ se realizó con las etiquetas de las clases (+ y -) invertidas, aunque idealmente ningún clasificador debería tener valores AUROC menores a 0.5 [87]. Sin embargo, dichos valores, aunque impropios, pueden ser usados, ajustando adecuadamente las etiquetas, para realizar clasificaciones binarias.

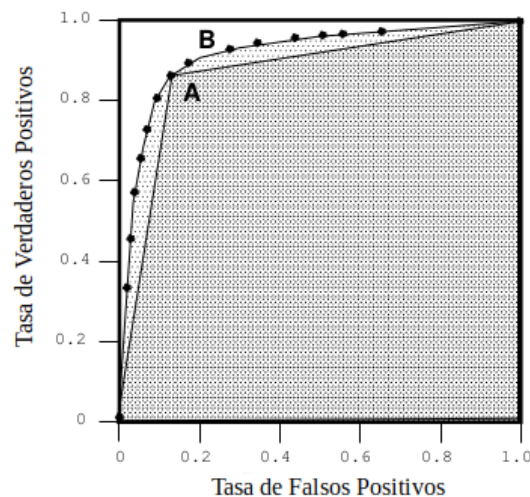


Figura 4.13: Área bajo la curva ROC: **A:** Clasificador discriminativo; **B:** Clasificador generativo [87].

4.11.2. Evaluación mediante el área bajo la curva ROC

Como se menciona en la [Sección 4.10](#), es posible estudiar los errores de predicción excluyendo los intervalos inter-estímulo, lo que permite analizar únicamente los segmentos correspondientes a las tareas mentales. Para cada uno de estos segmentos se construyó una etiqueta (1 ó -1), dependiendo del modelo, como se muestra en la [Figura 4.14](#). La etiqueta representa una “clase” (*Actividad/Reposo*), de esta manera se puede relacionar la dinámica del error con un estado mental. Por ejemplo, si el error en una sección determinada se aproxima más a la etiqueta '1' que a la etiqueta '-1', el método de evaluación determinará que en ese instante el estado mental será el correspondiente a la etiqueta '1'. Así, cada punto de la serie de error estará asignado a un estado mental, lo que convierte el problema de estimación en un método de clasificación binaria por segmentos, el cual puede ser evaluado utilizando el Área bajo la curva ROC [88], [89].

La construcción de la curva ROC se realiza haciendo la umbralización mencionada en la [Subsección 4.11.1](#), donde el umbral toma valores entre -1 y 1, de acuerdo con la construcción de las etiquetas. Para cada umbral se cuentan los puntos de la serie de error que estén por debajo o por encima y, para cada etiqueta, se obtienen las tasas de verdaderos positivos y falsos positivos. Al mover el umbral se obtienen diferentes puntos de la curva ROC, y posteriormente se calcula el área bajo la curva.

4.11. EVALUANDO LAS SERIES DE ERROR COMO ESTIMADORES DEL EM

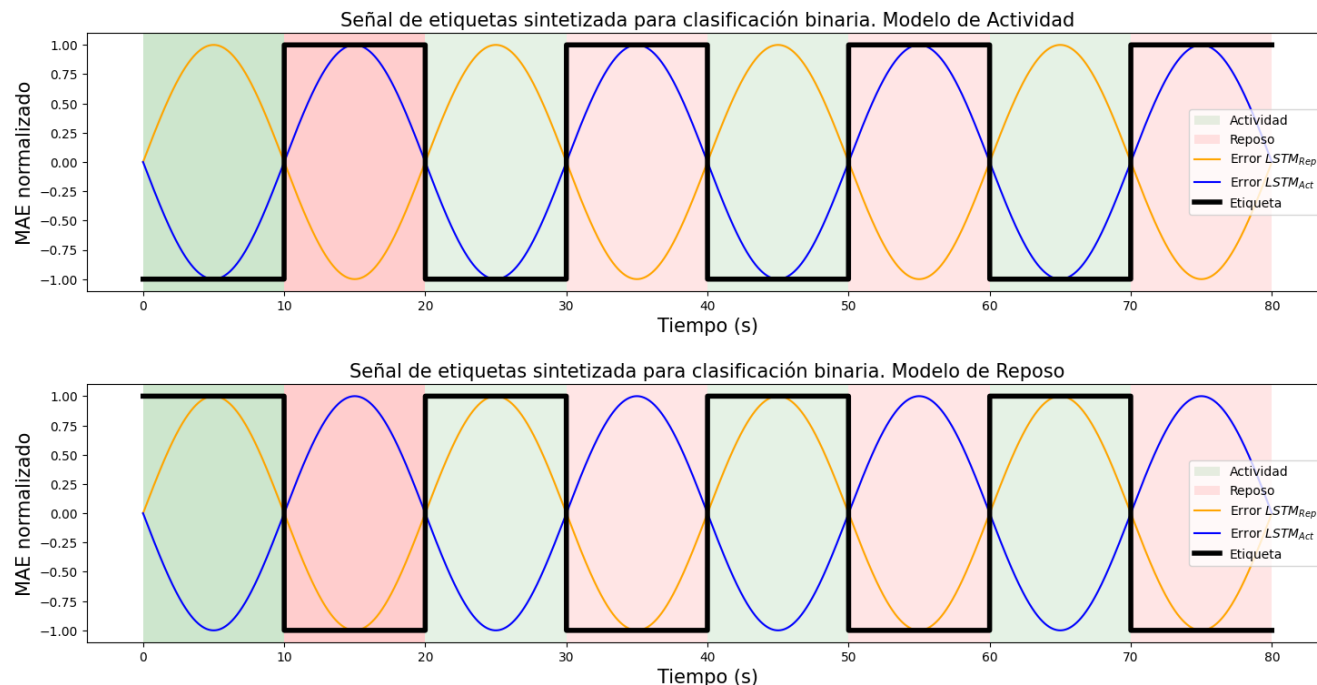


Figura 4.14: Serie de etiquetas sintetizada para calcular el AUROC.

Como se observa en la parte superior de la [Figura 4.14](#), en las secciones de *Reposo*, el error del modelo $LSTM_{Act}$ aumenta, lo que los aproxima a la etiqueta (1), mientras que en las secciones de *Actividad* el error disminuye, aproximando los datos a la etiqueta (-1). Este cambio de proximidad a la etiqueta puede interpretarse como la estimación del cambio de estado mental. Lo contrario aplica en la figura inferior, donde las etiquetas corresponden al modelo de reposo $LSTM_{Rep}$. Cada punto de la serie en todos los intervalos, dependiendo de la etiqueta correspondiente, serán usados para calcular las TVP y TFP para la construcción de la curva.

La umbralización se muestra en la [Figura 4.15](#), donde se observa que para cada umbral τ se asocian los puntos de la serie a una u otra clase dependiendo de si están por encima o por debajo de τ . Si se mueve el umbral de -1 a 1, para cada caso, se obtienen falsos positivos y verdaderos positivos para cada clase, lo que permite colocar un nuevo punto en la curva ROC. Por ejemplo, usando $\tau = -0.8$, los datos rojos de la serie que están en las secciones verdes son Falsos Positivos, pues son datos correspondientes al estado de *Actividad*, pero se han asignado al estado de *Reposo*. Es caso inverso con los datos verdes en las secciones rojas.

4.11. EVALUANDO LAS SERIES DE ERROR COMO ESTIMADORES DEL EM

Proceso de umbralización sobre una señal de error y obtención de TVP y TFP

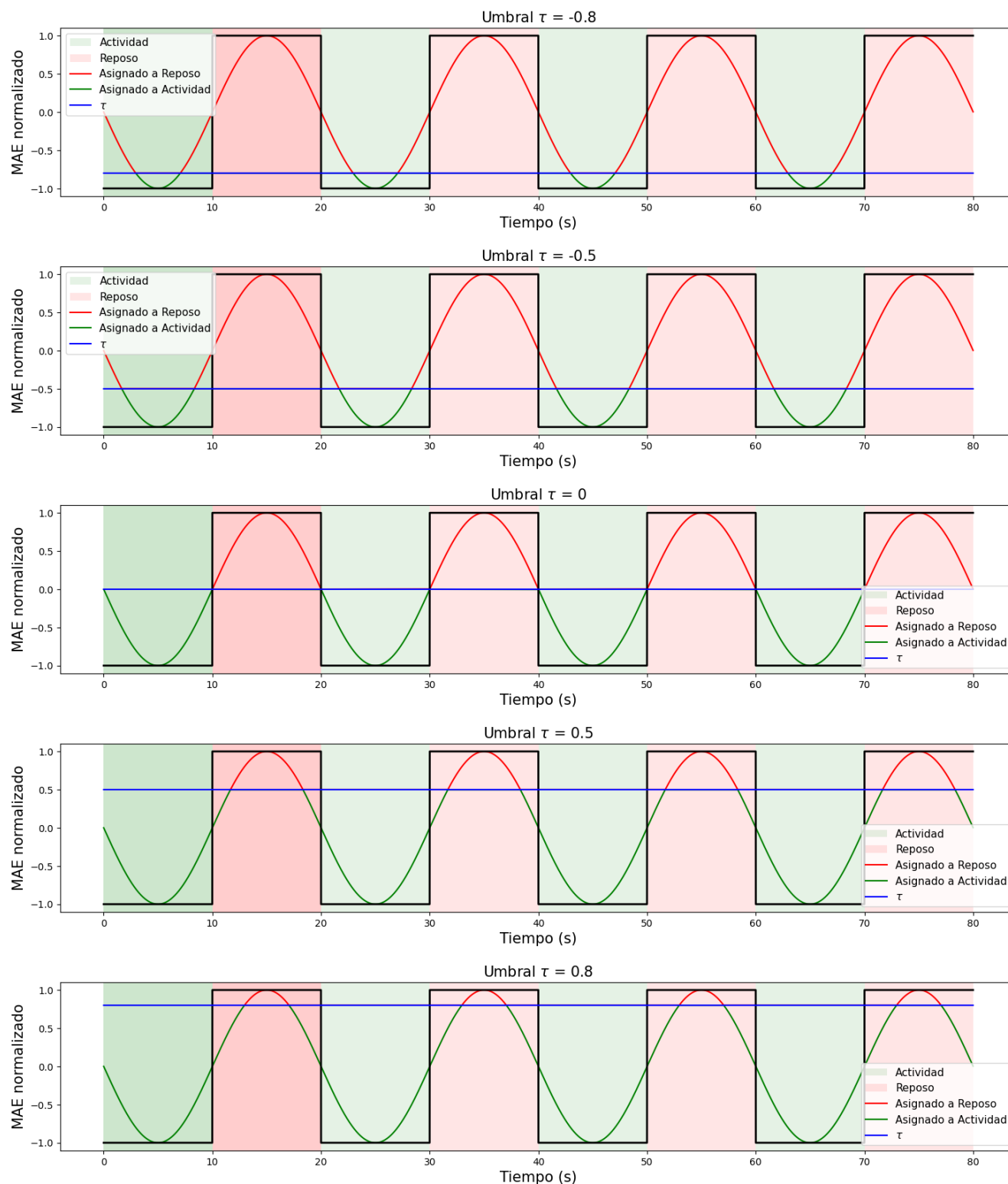


Figura 4.15: Umbralización sobre la serie de error esperada para el modelo $LSTM_{Act}$. Para cada umbral se asocia una TVP y una TFP; cada umbral proporciona un punto de la curva ROC.

Capítulo 5

Resultados

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes secciones, considerando que para cada una se realizaron pruebas sistemáticas utilizando las cuatro bandas de potencia descritas anteriormente: θ , α , β y γ .

5.1. Matrices de correlación y error

Como se mencionó anteriormente, los modelos LSTM construidos fueron evaluados utilizando el coeficiente de correlación de Pearson y el error medio absoluto entre las series BPTs reales y las predicciones generadas. El objetivo de esta evaluación fue determinar qué combinación de parámetros en la construcción de la arquitectura maximizaba la correlación y disminuía el error. En particular, dos parámetros de la red fueron explorados, las unidades LSTM y el orden de los modelos. Cabe recordar que esta comparación se realizó para cuatro posibles casos de predicciones, con los cuales se construye la matriz de correlaciones que se detalló en la [Sección 4.9](#):

- I) 1^{er} cuadrante: $S.bpts_{Rep}$ vs P_aR
- II) 2^{do} cuadrante: $S.bpts_{Act}$ vs P_aA
- III) 3^{er} cuadrante: $S.bpts_{Act}$ vs P_rA

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR

iv) 4^{to} cuadrante: $S.bpts_{Rep}$ vs P_rR

La [Figura 5.1](#) muestra un caso particular de la matriz de correlaciones, donde se observa el comportamiento esperado del modelo en un solo canal. Para poder realizar un análisis simplificado, se consideró la información de todos los canales y realizaciones para cada sujeto, como se observa en la [Figura 5.2](#), donde la barra azul representa el caso del cuadrante 2 de la matriz, la barra naranja el cuadrante 1, la barra verde el cuadrante 3 y finalmente la barra roja representa la información del cuadrante 4. En este caso particular, la [Figura 5.2](#) contiene la información del desempeño de los modelos sobre la banda α . Tres gráficas similares fueron obtenidas para el resto de las bandas, como se observa en las [Figuras 5.3](#), [5.4](#) y [5.5](#).

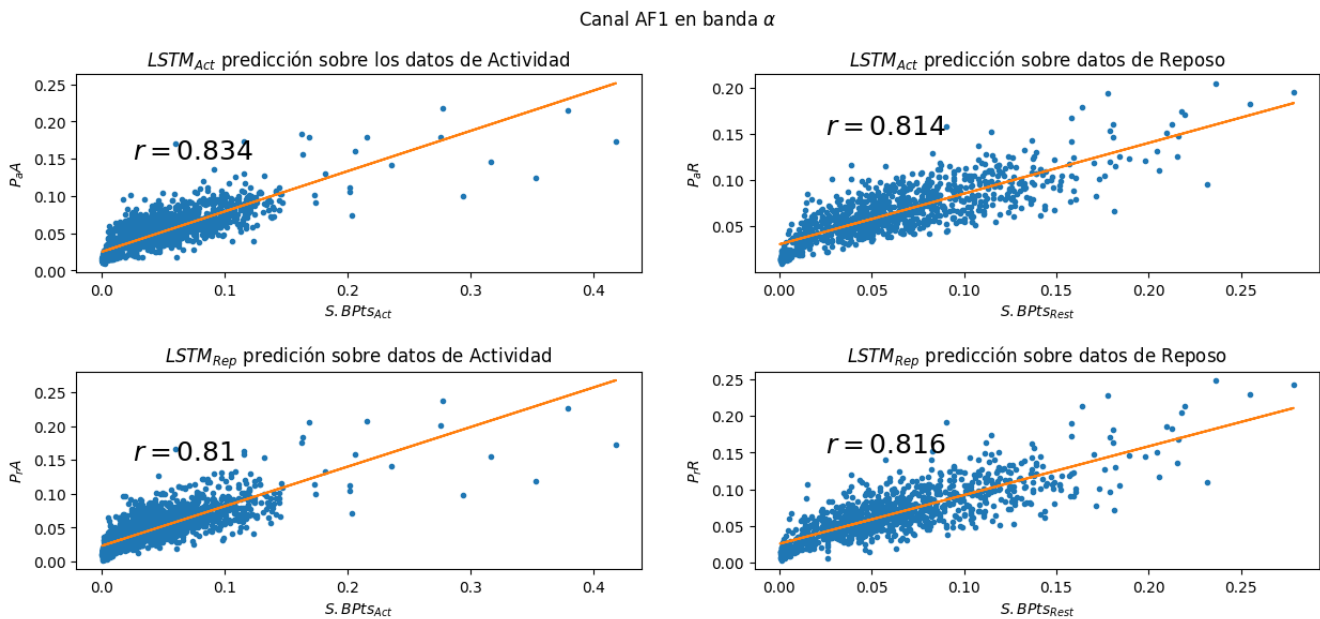


Figura 5.1: Matriz de correlaciones sobre la banda α , en el canal AF1, para una realización. Ejemplo aproximado del comportamiento esperado, donde la correlación del cuadrante 2 es mayor a la del 1, y la correlación del cuadrante 4 es mayor a la del 3.

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR

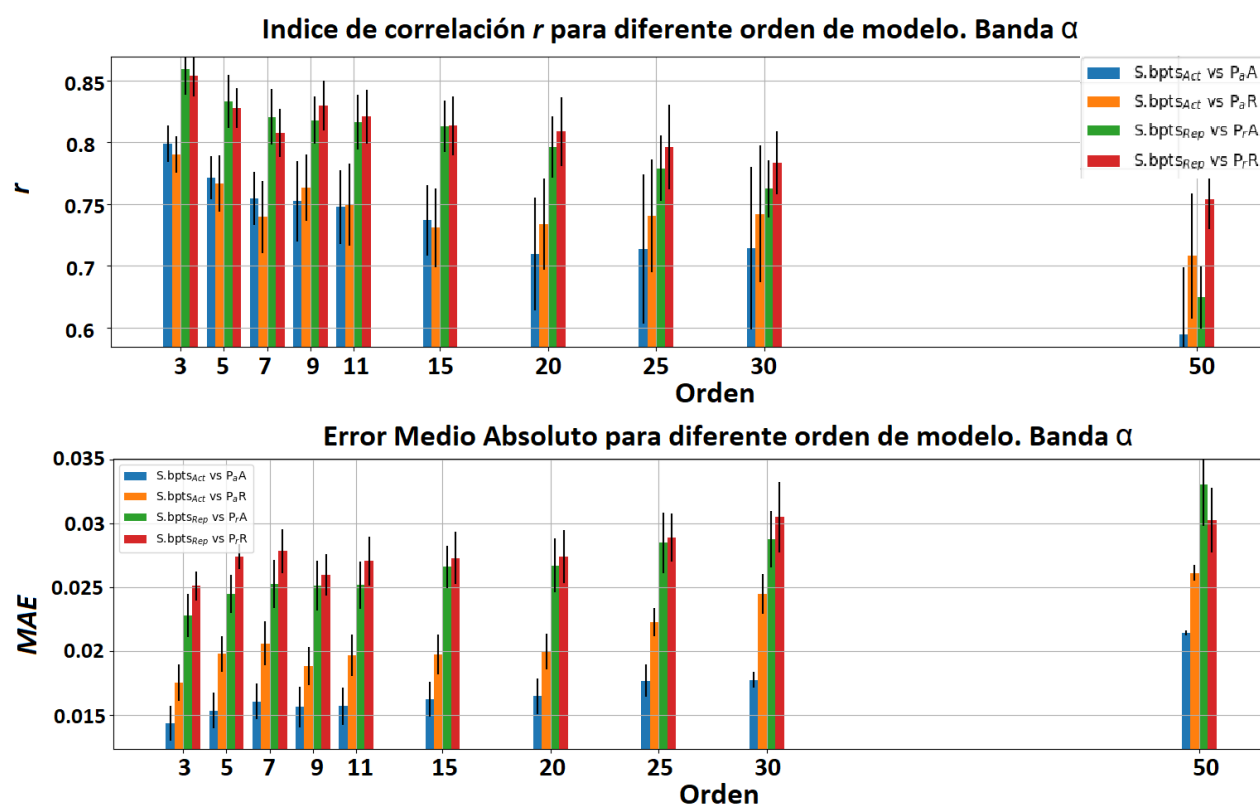


Figura 5.2: Información sobre la banda α de todos los canales en todos los registros analizados para un sujeto. Correlación y error para diferente orden.

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR

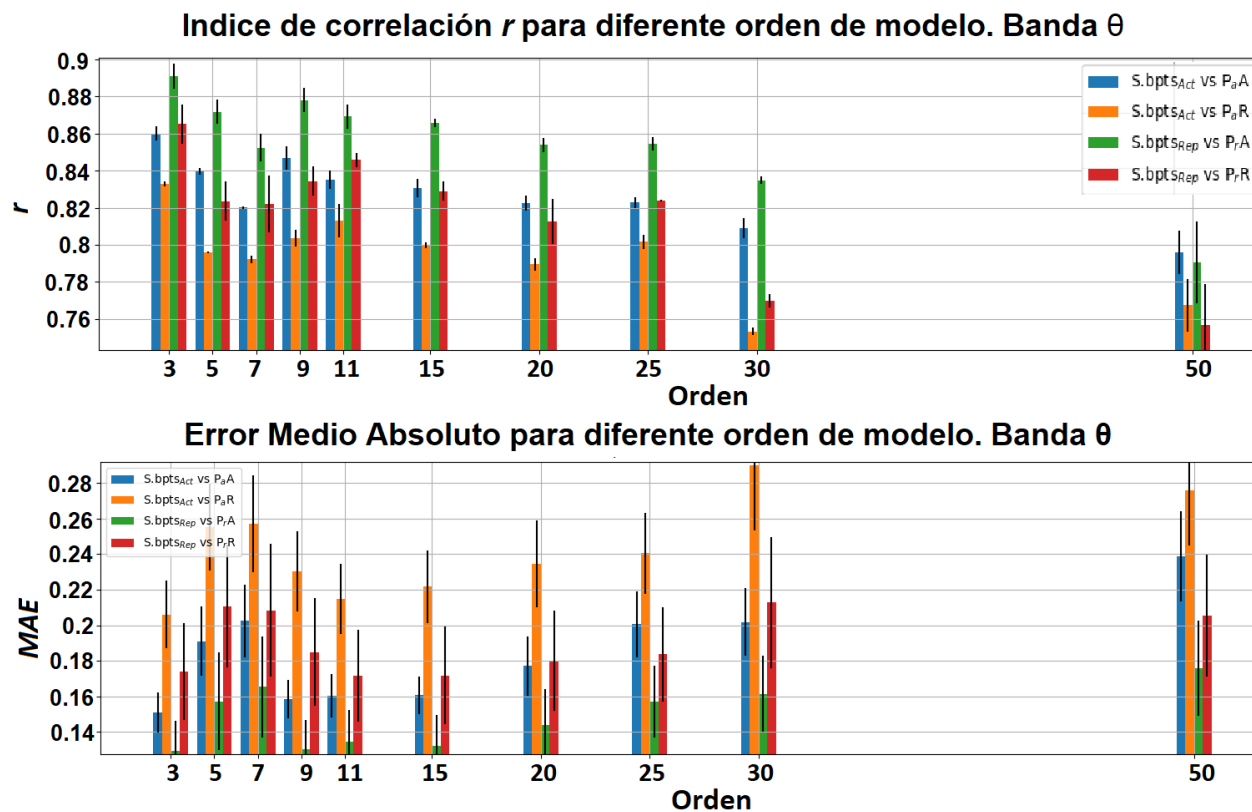


Figura 5.3: Información sobre el desempeño de los modelos para un sujeto, en la banda θ . Superior: Coeficiente de correlación; Inferior: Error Medio Absoluto.

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR

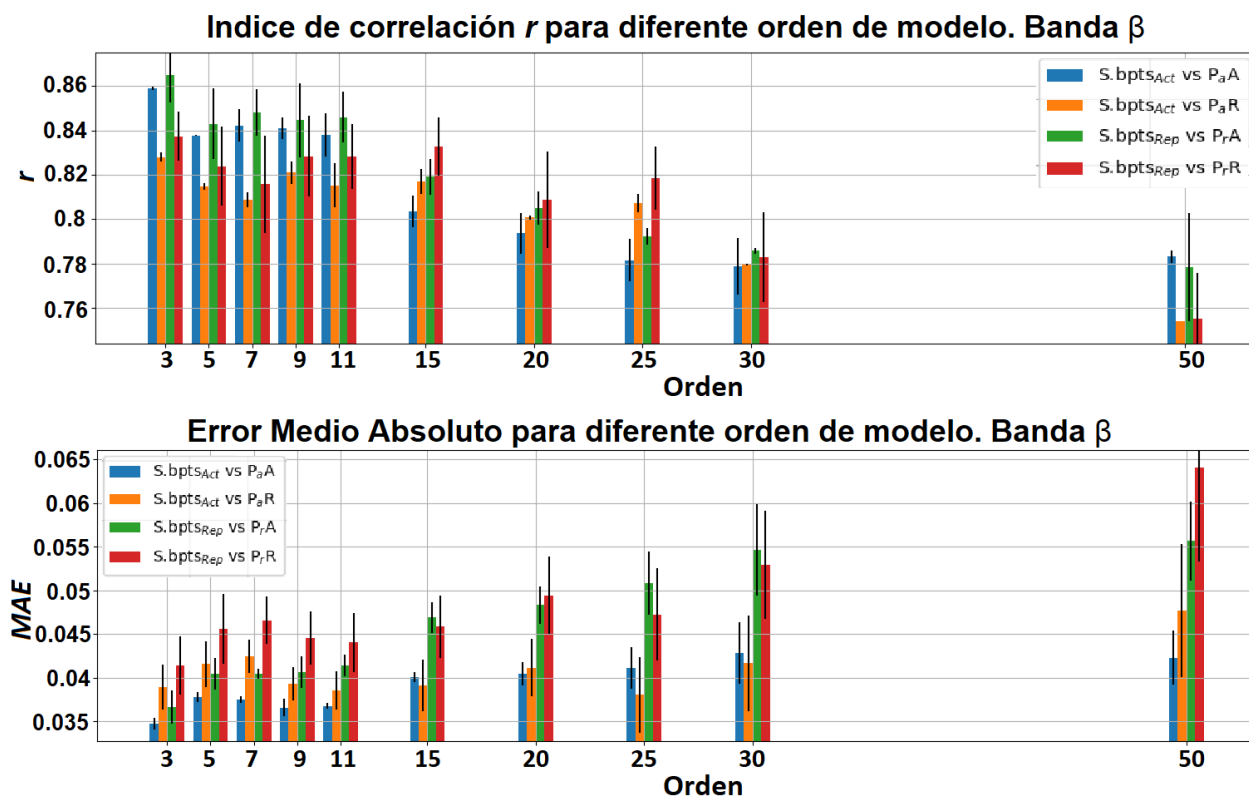


Figura 5.4: Información sobre el desempeño de los modelos para un sujeto, en la banda β . Superior: Coeficiente de correlación; Inferior: Error Medio Absoluto.

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR

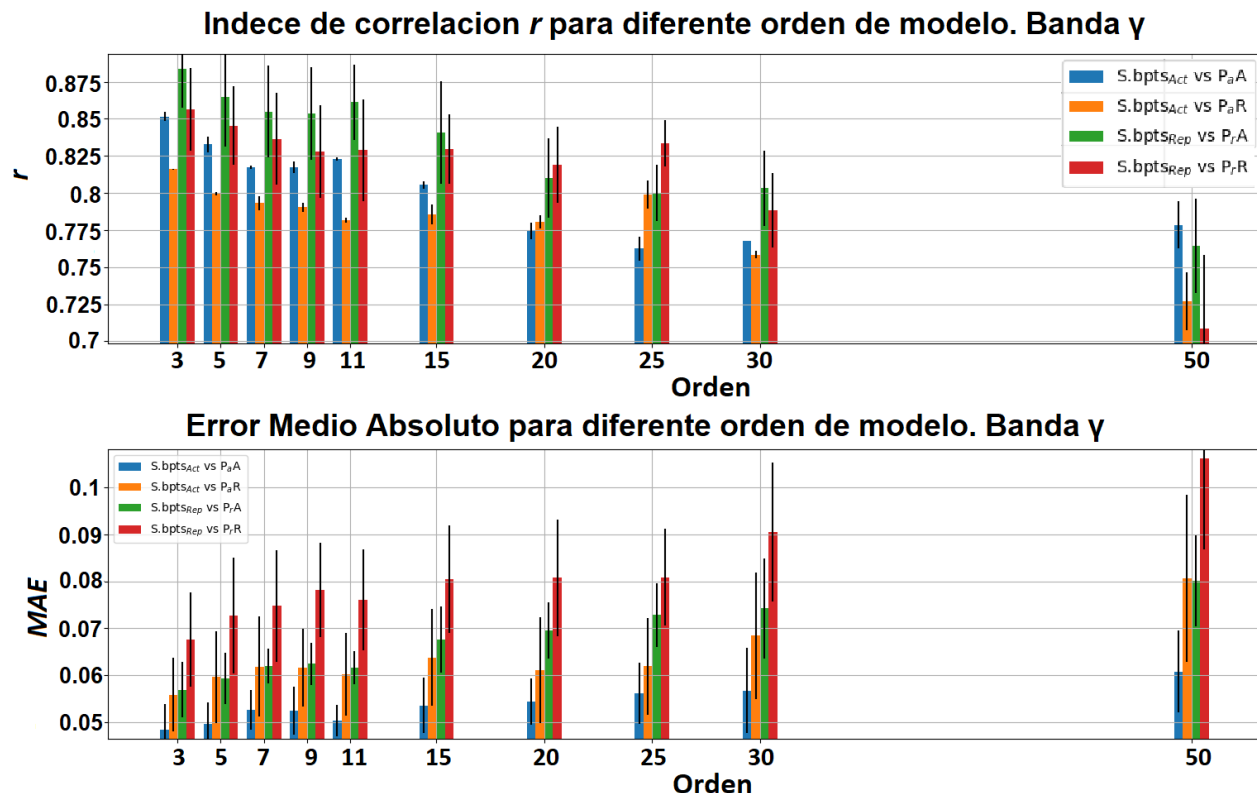
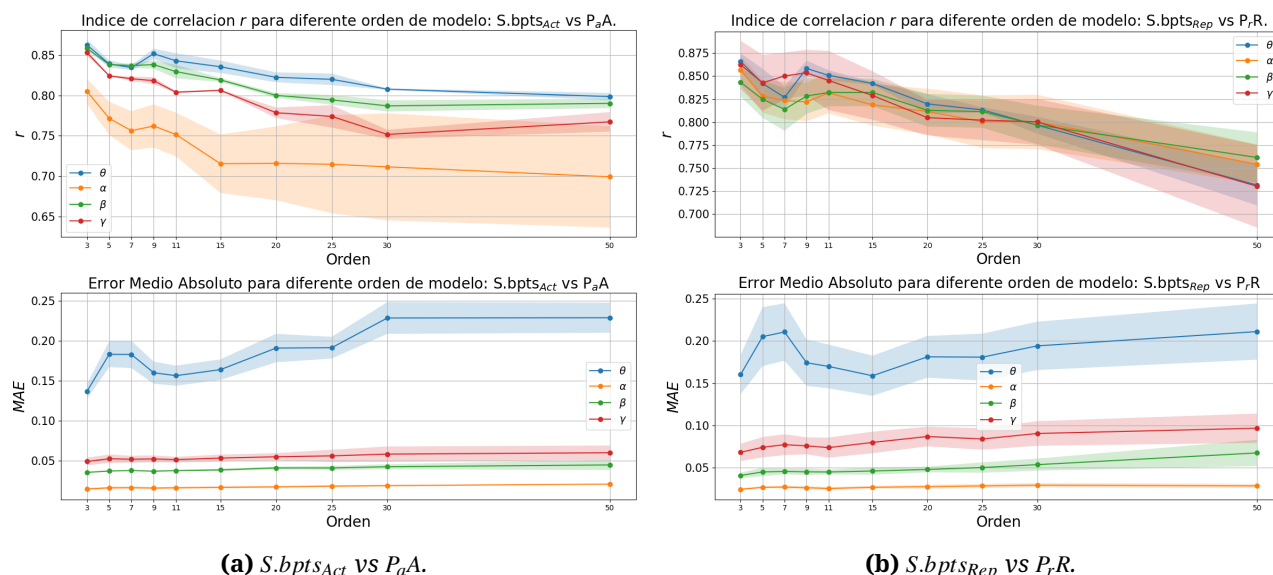


Figura 5.5: Información sobre el desempeño de los modelos para un sujeto, en la banda γ . Superior: Coeficiente de correlación; Inferior: Error Medio Absoluto.

La [Figura 5.6](#) muestra los resultados de error y correlación de los modelos utilizando diferente orden. En particular se observa el caso donde se utilizaron 200 unidades LSTM, pero el proceso se realizó para 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175 y 200, cuyos resultados fueron similares, como se muestra en las [Figuras 5.7](#) y [5.8](#). También se resalta que los tres sujetos seleccionados para esta prueba mostraron resultados similares.

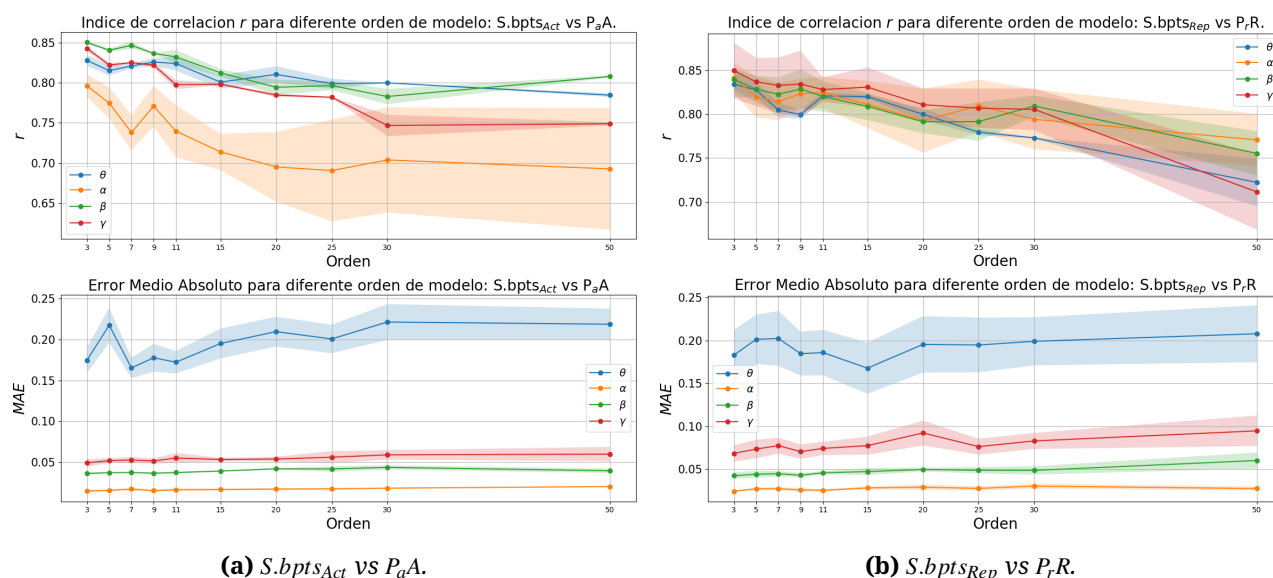
5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR



(a) $S.bpts_{Act}$ vs P_{aA} .

(b) $S.bpts_{Rep}$ vs P_{7R} .

Figura 5.6: Modelos con 200 unidades LSTM. Segundo (a) y cuarto (b) cuadrante de la matriz de correlaciones y el MAE correspondiente para las cuatro bandas de interés. Resultados de uno de los tres sujetos seleccionados.

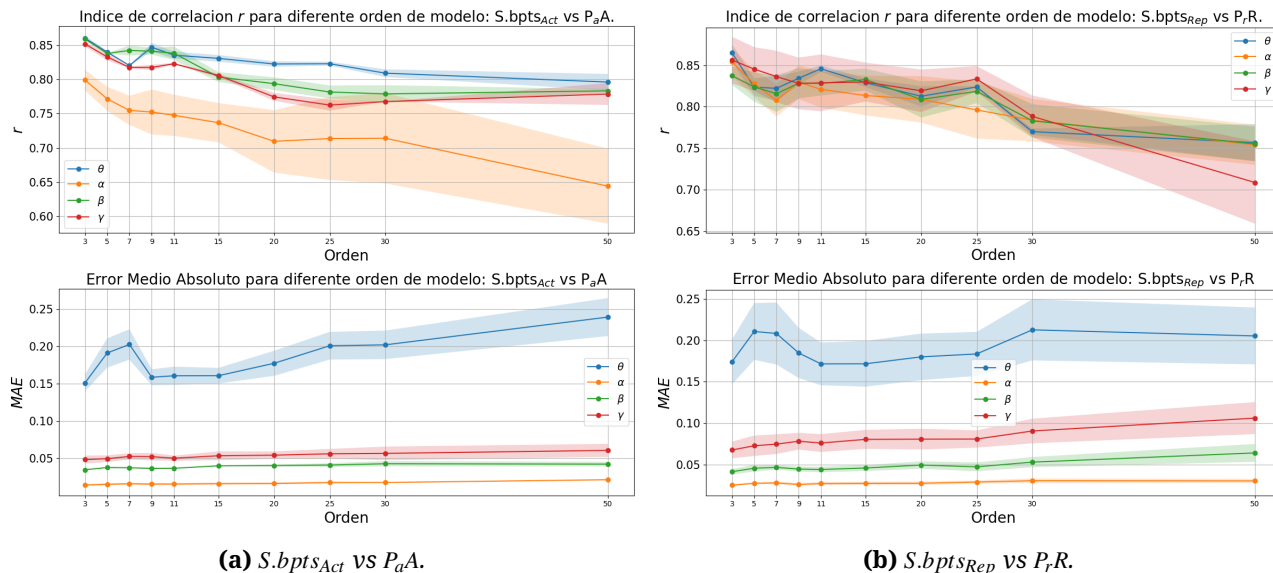


(a) $S.bpts_{Act}$ vs P_{aA} .

(b) $S.bpts_{Rep}$ vs P_{7R} .

Figura 5.7: Modelos con 50 unidades LSTM. Segundo (a) y cuarto (b) cuadrante de la matriz de correlaciones y el MAE correspondiente para las cuatro bandas de interés. Resultados de uno de los tres sujetos seleccionados.

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR

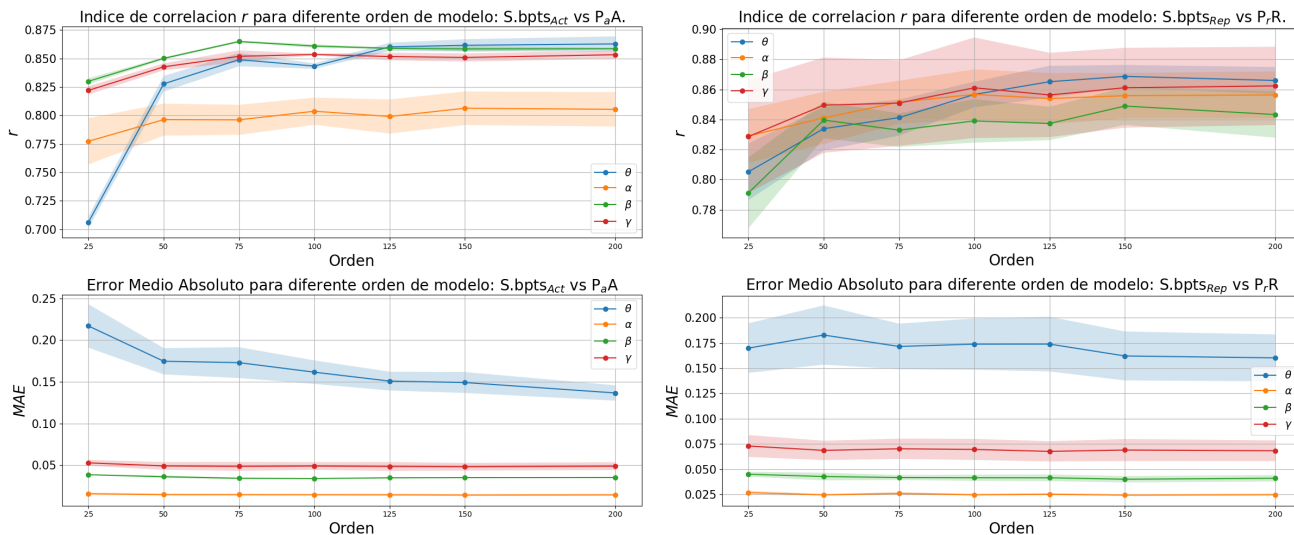


(a) $S.bpts_{Act}$ vs P_{aA} . (b) $S.bpts_{Rep}$ vs P_{rR} .

Figura 5.8: Modelos con 125 unidades LSTM. Segundo (a) y cuarto (b) cuadrante de la matriz de correlaciones y el MAE correspondiente para las cuatro bandas de interés. Resultados de uno de los tres sujetos seleccionados.

La exploración sugiere que, independientemente de las unidades LSTM utilizadas, el menor error y mayor correlación se obtuvieron con un orden de 3 en ambos modelos para las cuatro bandas. Posteriormente, en la [Figura 5.9](#) se muestra el error y correlación de los modelos para el caso específico de orden 3, pero para todas las combinaciones de unidades LSTM, en los casos $S.bpts_{Act}$ vs P_{aA} y $S.bpts_{Rep}$ vs P_{rR}

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR



(a) $S.bpts_{Act}$ vs $P_{\alpha A}$.

(b) $S.bpts_{Rep}$ vs $P_{\gamma R}$.

Figura 5.9: Modelos con orden 3. Segundo (a) y cuarto (b) cuadrante de la matriz de correlaciones y el MAE correspondiente para las cuatro bandas de interés. Resultados de uno de los tres sujetos seleccionados.

De acuerdo con los resultados, el desempeño de los modelos que tienen mas de 125 unidades LSTM en su arquitectura es superior a los que tienen menos de 125 unidades. Es por esto que la arquitectura se definió con 150 unidades LSTM y orden 3 para ambos modelos.

Los resultados mostrados anteriormente son ejemplos particulares de algunos sujetos, realizaciones o bandas. Esto se muestra con motivos de ejemplificar el funcionamiento de los modelos y su evaluación para casos particulares, sin embargo, los resultados valiosos se obtienen al estudiar a toda la población utilizando todas las realizaciones de cada sujeto, como se menciona en el [Capítulo 4](#). La [Figura 5.10](#) muestra los resultados poblacionales de correlación y MAE para los casos 2 y 4 en la matriz de correlaciones, obtenidos con la arquitectura seleccionada. La parte superior muestra los valores de coeficiente de correlación obtenidos para cada sujeto, mientras que en la parte inferior se observa el MAE de cada participante. Se muestran los casos 2 y 4 en la matriz de correlaciones por ser los elementos que se pretenden maximizar con la selección de parámetros.

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR

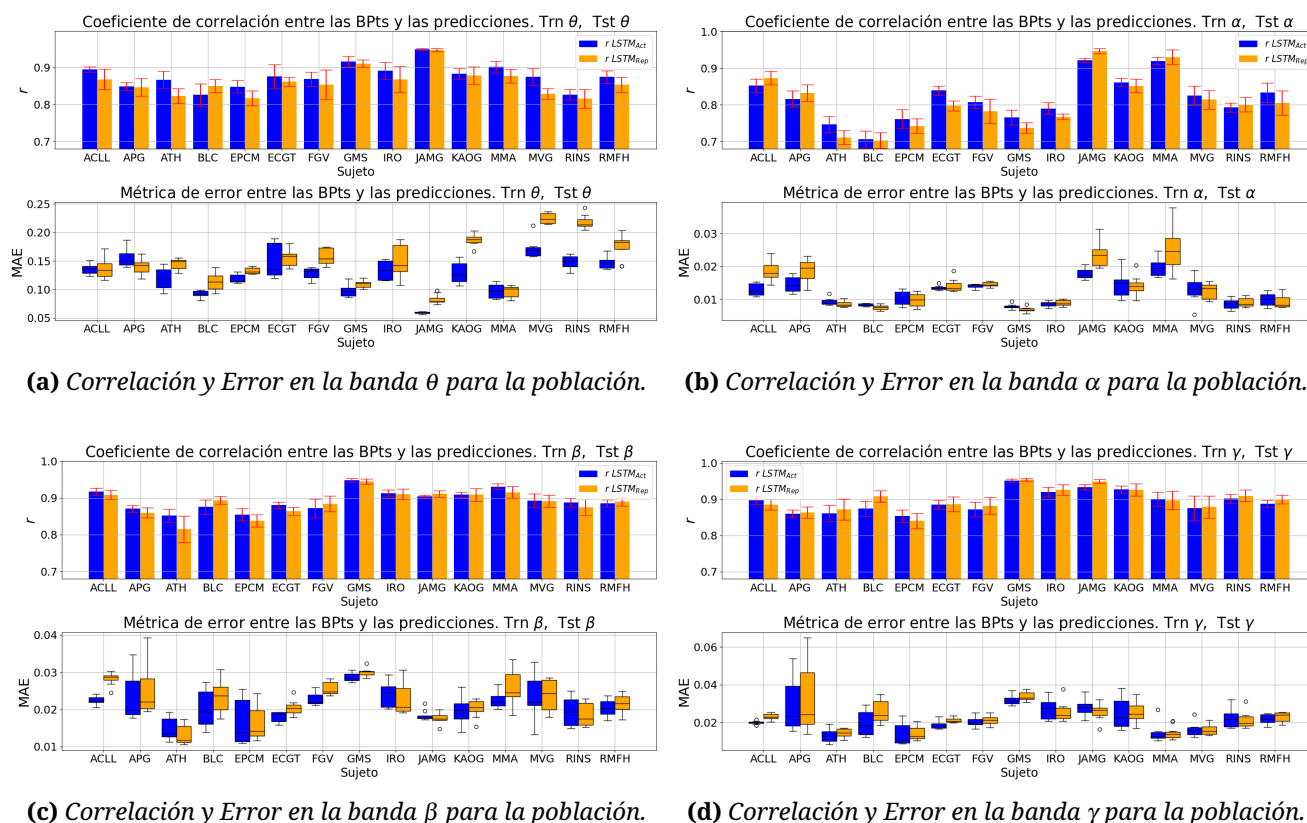


Figura 5.10: Información sobre el desempeño de los modelos para toda la población, en las bandas θ (a), α (b), β (c) y γ (d). Superior: Coeficiente de correlación; Inferior: Error Medio Absoluto

La [Tabla 5.1](#) y la [Tabla 5.2](#) muestran los resultados sintetizados de la evaluación de los modelos a nivel poblacional, reportando los valores de correlación y error para ambas configuraciones de electrodos (18 y 32 canales). La misma información se puede observar en la [Figura 5.11](#), pero desplegado gráficamente.

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR

Tabla 5.1: Evaluación poblacional de los modelos generados usando configuración de 18 canales. Donde r es el coeficiente de correlación de Pearson y MAE es el Error Medio Absoluto.

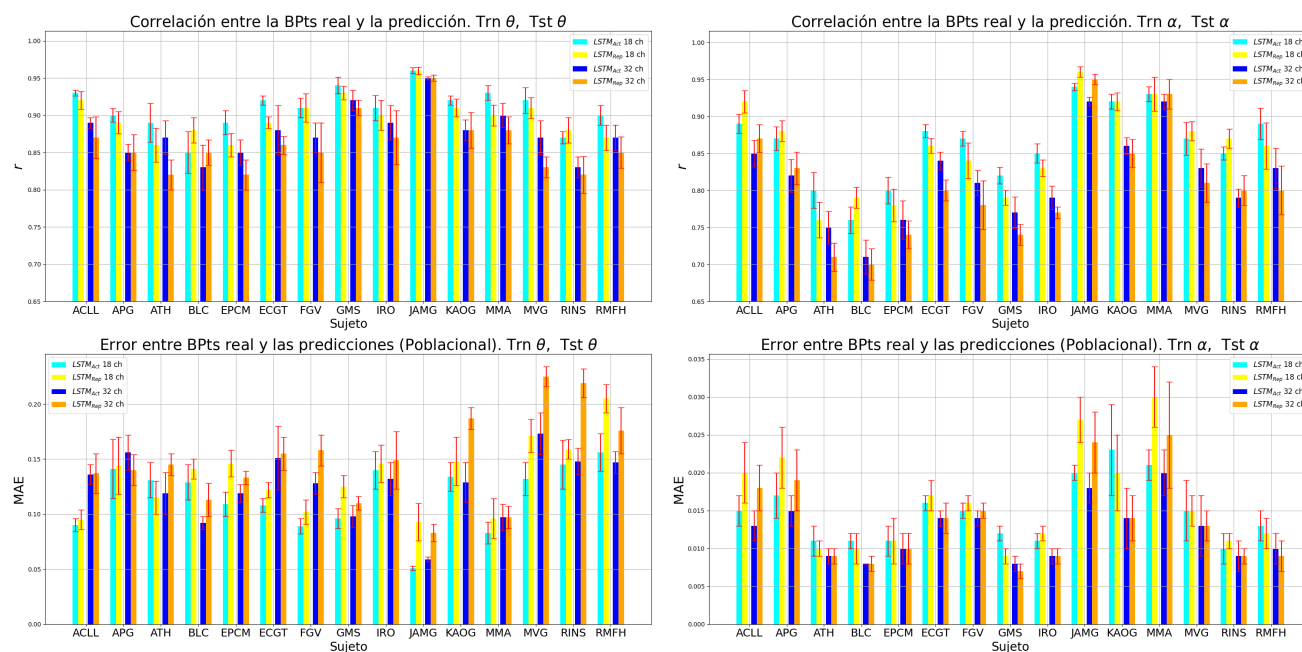
Sujeto	Modelo	α		β		γ		θ	
		r	MAE	r	MAE	r	MAE	r	MAE
ACLL	$LSTM_{Act}$	0.89 ± 0.01	0.01 ± 0.002	0.93 ± 0.008	0.02 ± 0.002	0.91 ± 0.01	0.02 ± 0.001	0.93 ± 0.01	0.09 ± 0.006
	$LSTM_{Rep}$	0.91 ± 0.01	0.02 ± 0.004	0.93 ± 0.01	0.02 ± 0.002	0.91 ± 0.02	0.02 ± 0.001	0.92 ± 0.01	0.1 ± 0.009
APG	$LSTM_{Act}$	0.86 ± 0.017	0.01 ± 0.003	0.89 ± 0.01	0.02 ± 0.005	0.89 ± 0.01	0.03 ± 0.015	0.9 ± 0.01	0.14 ± 0.027
	$LSTM_{Rep}$	0.88 ± 0.01	0.02 ± 0.004	0.89 ± 0.01	0.02 ± 0.007	0.89 ± 0.02	0.03 ± 0.022	0.89 ± 0.02	0.14 ± 0.026
ATH	$LSTM_{Act}$	0.79 ± 0.02	0.01 ± 0.002	0.87 ± 0.02	0.017 ± 0.003	0.86 ± 0.03	0.01 ± 0.005	0.89 ± 0.03	0.13 ± 0.016
	$LSTM_{Rep}$	0.76 ± 0.02	0.01 ± 0.001	0.8 ± 0.03	0.02 ± 0.003	0.88 ± 0.03	0.01 ± 0.003	0.86 ± 0.02	0.11 ± 0.015
BLC	$LSTM_{Act}$	0.76 ± 0.018	0.01 ± 0.001	0.88 ± 0.017	0.03 ± 0.007	0.83 ± 0.03	0.02 ± 0.007	0.85 ± 0.03	0.13 ± 0.016
	$LSTM_{Rep}$	0.79 ± 0.014	0.01 ± 0.002	0.9 ± 0.013	0.03 ± 0.005	0.91 ± 0.02	0.03 ± 0.006	0.88 ± 0.02	0.14 ± 0.009
ECGT	$LSTM_{Act}$	0.8 ± 0.02	0.011 ± 0.002	0.87 ± 0.014	0.017 ± 0.005	0.86 ± 0.02	0.01 ± 0.004	0.89 ± 0.02	0.11 ± 0.011
	$LSTM_{Rep}$	0.78 ± 0.02	0.011 ± 0.003	0.85 ± 0.01	0.017 ± 0.004	0.86 ± 0.02	0.01 ± 0.003	0.86 ± 0.02	0.15 ± 0.012
EPCM	$LSTM_{Act}$	0.88 ± 0.009	0.016 ± 0.001	0.89 ± 0.004	0.018 ± 0.001	0.88 ± 0.01	0.02 ± 0.002	0.92 ± 0.01	0.11 ± 0.006
	$LSTM_{Rep}$	0.85 ± 0.01	0.017 ± 0.002	0.87 ± 0.01	0.02 ± 0.001	0.89 ± 0.02	0.02 ± 0.002	0.89 ± 0.01	0.12 ± 0.007
FGV	$LSTM_{Act}$	0.86 ± 0.01	0.015 ± 0.001	0.91 ± 0.02	0.022 ± 0.001	0.91 ± 0.01	0.02 ± 0.001	0.91 ± 0.01	0.09 ± 0.007
	$LSTM_{Rep}$	0.84 ± 0.02	0.016 ± 0.001	0.92 ± 0.015	0.02 ± 0.002	0.92 ± 0.02	0.02 ± 0.002	0.91 ± 0.02	0.1 ± 0.011
GMS	$LSTM_{Act}$	0.82 ± 0.01	0.01 ± 0.001	0.95 ± 0.005	0.026 ± 0.001	0.95 ± 0.01	0.03 ± 0.001	0.94 ± 0.01	0.1 ± 0.009
	$LSTM_{Rep}$	0.791 ± 0.01	0.01 ± 0.001	0.94 ± 0.007	0.02 ± 0.001	0.95 ± 0.01	0.03 ± 0.001	0.93 ± 0.01	0.12 ± 0.01
IRO	$LSTM_{Act}$	0.85 ± 0.01	0.01 ± 0.001	0.92 ± 0.007	0.02 ± 0.002	0.92 ± 0.01	0.02 ± 0.002	0.91 ± 0.02	0.14 ± 0.017
	$LSTM_{Rep}$	0.83 ± 0.01	0.012 ± 0.001	0.91 ± 0.012	0.022 ± 0.003	0.92 ± 0.01	0.02 ± 0.004	0.9 ± 0.03	0.15 ± 0.017
JAMG	$LSTM_{Act}$	0.94 ± 0.005	0.02 ± 0.001	0.92 ± 0.003	0.02 ± 0.002	0.93 ± 0.01	0.03 ± 0.005	0.96 ± 0.01	0.05 ± 0.002
	$LSTM_{Rep}$	0.95 ± 0.007	0.03 ± 0.003	0.92 ± 0.01	0.02 ± 0.001	0.95 ± 0.01	0.02 ± 0.004	0.96 ± 0.01	0.09 ± 0.017
KAOG	$LSTM_{Act}$	0.92 ± 0.01	0.02 ± 0.006	0.9 ± 0.01	0.02 ± 0.003	0.92 ± 0.01	0.02 ± 0.006	0.92 ± 0.01	0.13 ± 0.013
	$LSTM_{Rep}$	0.91 ± 0.01	0.02 ± 0.005	0.91 ± 0.01	0.02 ± 0.002	0.93 ± 0.01	0.02 ± 0.004	0.91 ± 0.01	0.15 ± 0.022
MMA	$LSTM_{Act}$	0.93 ± 0.01	0.02 ± 0.002	0.94 ± 0.004	0.03 ± 0.002	0.9 ± 0.02	0.02 ± 0.006	0.93 ± 0.01	0.08 ± 0.01
	$LSTM_{Rep}$	0.93 ± 0.02	0.03 ± 0.004	0.92 ± 0.009	0.03 ± 0.002	0.91 ± 0.03	0.01 ± 0.004	0.9 ± 0.01	0.1 ± 0.018
MVG	$LSTM_{Act}$	0.87 ± 0.02	0.015 ± 0.004	0.92 ± 0.014	0.02 ± 0.004	0.9 ± 0.03	0.02 ± 0.002	0.92 ± 0.01	0.13 ± 0.015
	$LSTM_{Rep}$	0.88 ± 0.013	0.015 ± 0.002	0.93 ± 0.013	0.02 ± 0.003	0.91 ± 0.02	0.02 ± 0.002	0.91 ± 0.01	0.17 ± 0.015
RINS	$LSTM_{Act}$	0.85 ± 0.009	0.01 ± 0.002	0.91 ± 0.01	0.02 ± 0.003	0.91 ± 0.01	0.02 ± 0.004	0.87 ± 0.02	0.15 ± 0.022
	$LSTM_{Rep}$	0.86 ± 0.01	0.011 ± 0.001	0.91 ± 0.015	0.02 ± 0.002	0.93 ± 0.01	0.02 ± 0.003	0.88 ± 0.02	0.16 ± 0.009
RMFH	$LSTM_{Act}$	0.89 ± 0.02	0.01 ± 0.002	0.9 ± 0.01	0.02 ± 0.002	0.89 ± 0.01	0.02 ± 0.003	0.9 ± 0.01	0.16 ± 0.017
	$LSTM_{Rep}$	0.85 ± 0.03	0.01 ± 0.002	0.9 ± 0.01	0.03 ± 0.003	0.89 ± 0.01	0.02 ± 0.004	0.87 ± 0.02	0.21 ± 0.013
TOTAL	$LSTM_{Act}$	0.861 ± 0.05	0.013 ± 0.004	0.907 ± 0.023	0.021 ± 0.004	0.897 ± 0.03	0.021 ± 0.006	0.909 ± 0.027	0.116 ± 0.029
	$LSTM_{Rep}$	0.854 ± 0.055	0.016 ± 0.007	0.9 ± 0.035	0.022 ± 0.004	0.91 ± 0.024	0.02 ± 0.006	0.898 ± 0.026	0.134 ± 0.032

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR

Tabla 5.2: Evaluación poblacional de los modelos generados usando configuración de 32 canales. Donde r es el coeficiente de correlación de Pearson y MAE es el Error Medio Absoluto.

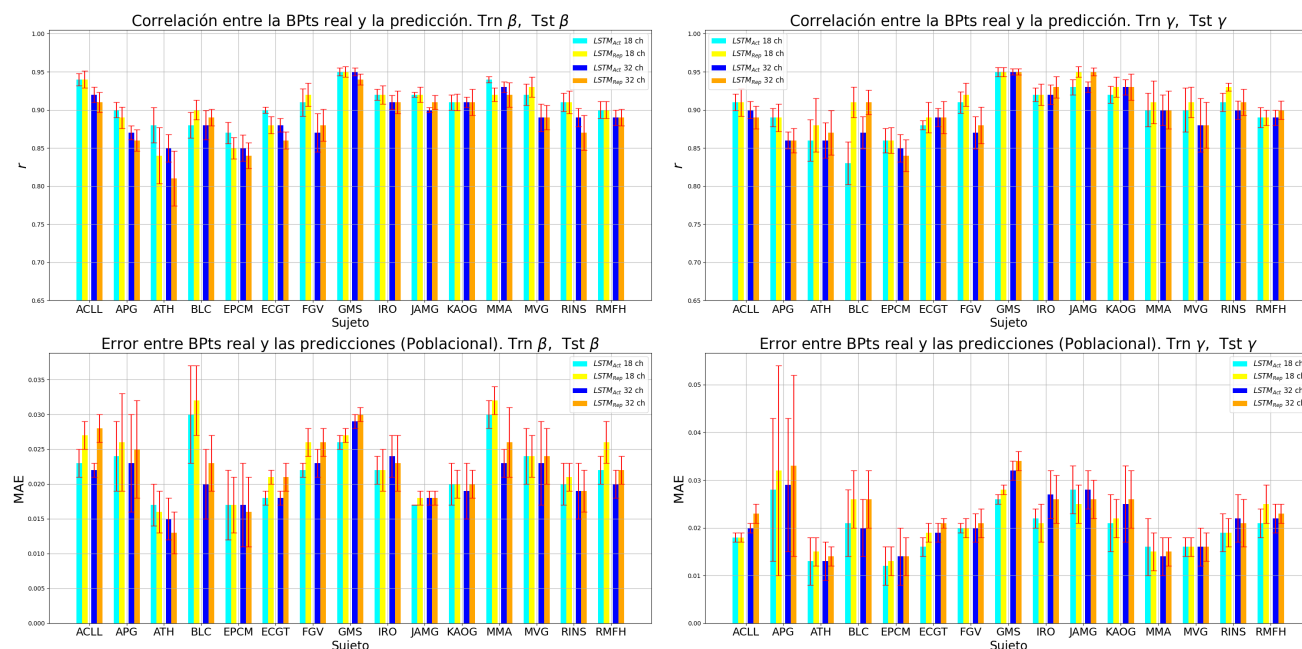
Sujeto	Modelo	α		β		γ		θ	
		r	MAE	r	MAE	r	MAE	r	MAE
ACLL	$LSTM_{Act}$	0.85 ± 0.018	0.013 ± 0.002	0.92 ± 0.01	0.022 ± 0.001	0.9 ± 0.011	0.02 ± 0.001	0.89 ± 0.007	0.136 ± 0.009
	$LSTM_{Rep}$	0.87 ± 0.019	0.018 ± 0.003	0.91 ± 0.013	0.028 ± 0.002	0.89 ± 0.015	0.023 ± 0.002	0.87 ± 0.028	0.137 ± 0.018
APG	$LSTM_{Act}$	0.82 ± 0.022	0.015 ± 0.002	0.87 ± 0.009	0.023 ± 0.007	0.86 ± 0.011	0.029 ± 0.014	0.85 ± 0.011	0.156 ± 0.016
	$LSTM_{Rep}$	0.83 ± 0.022	0.019 ± 0.004	0.86 ± 0.014	0.025 ± 0.007	0.86 ± 0.016	0.033 ± 0.019	0.85 ± 0.024	0.14 ± 0.014
ATH	$LSTM_{Act}$	0.75 ± 0.022	0.009 ± 0.001	0.85 ± 0.018	0.015 ± 0.003	0.86 ± 0.023	0.013 ± 0.004	0.87 ± 0.023	0.119 ± 0.019
	$LSTM_{Rep}$	0.71 ± 0.019	0.009 ± 0.001	0.81 ± 0.036	0.013 ± 0.003	0.87 ± 0.029	0.014 ± 0.002	0.82 ± 0.02	0.145 ± 0.01
BLC	$LSTM_{Act}$	0.71 ± 0.023	0.008 ± 0.001	0.88 ± 0.019	0.02 ± 0.005	0.87 ± 0.021	0.02 ± 0.006	0.83 ± 0.03	0.092 ± 0.006
	$LSTM_{Rep}$	0.7 ± 0.021	0.008 ± 0.001	0.89 ± 0.011	0.023 ± 0.004	0.91 ± 0.016	0.026 ± 0.006	0.85 ± 0.017	0.113 ± 0.015
ECGT	$LSTM_{Act}$	0.76 ± 0.026	0.01 ± 0.002	0.85 ± 0.017	0.017 ± 0.006	0.85 ± 0.018	0.014 ± 0.006	0.85 ± 0.017	0.119 ± 0.008
	$LSTM_{Rep}$	0.74 ± 0.019	0.01 ± 0.002	0.84 ± 0.017	0.016 ± 0.005	0.84 ± 0.021	0.014 ± 0.004	0.82 ± 0.02	0.133 ± 0.006
EPCM	$LSTM_{Act}$	0.84 ± 0.012	0.014 ± 0.001	0.88 ± 0.009	0.018 ± 0.001	0.89 ± 0.012	0.019 ± 0.002	0.88 ± 0.033	0.151 ± 0.029
	$LSTM_{Rep}$	0.8 ± 0.014	0.014 ± 0.002	0.86 ± 0.011	0.021 ± 0.002	0.89 ± 0.021	0.021 ± 0.001	0.86 ± 0.012	0.155 ± 0.015
FGV	$LSTM_{Act}$	0.81 ± 0.017	0.014 ± 0.001	0.87 ± 0.025	0.023 ± 0.002	0.87 ± 0.021	0.02 ± 0.003	0.87 ± 0.02	0.128 ± 0.01
	$LSTM_{Rep}$	0.78 ± 0.033	0.015 ± 0.001	0.88 ± 0.021	0.026 ± 0.002	0.88 ± 0.024	0.021 ± 0.003	0.85 ± 0.04	0.158 ± 0.014
GMS	$LSTM_{Act}$	0.77 ± 0.021	0.008 ± 0.001	0.95 ± 0.005	0.029 ± 0.001	0.95 ± 0.004	0.032 ± 0.002	0.92 ± 0.014	0.098 ± 0.01
	$LSTM_{Rep}$	0.74 ± 0.014	0.007 ± 0.001	0.94 ± 0.007	0.03 ± 0.001	0.95 ± 0.004	0.034 ± 0.002	0.91 ± 0.01	0.11 ± 0.006
IRO	$LSTM_{Act}$	0.79 ± 0.016	0.009 ± 0.001	0.91 ± 0.009	0.024 ± 0.003	0.92 ± 0.013	0.027 ± 0.005	0.89 ± 0.023	0.132 ± 0.015
	$LSTM_{Rep}$	0.77 ± 0.008	0.009 ± 0.001	0.91 ± 0.015	0.023 ± 0.004	0.93 ± 0.014	0.026 ± 0.005	0.87 ± 0.036	0.149 ± 0.026
JAMG	$LSTM_{Act}$	0.92 ± 0.006	0.018 ± 0.002	0.9 ± 0.018	0.003 ± 0.001	0.93 ± 0.007	0.028 ± 0.004	0.95 ± 0.002	0.059 ± 0.002
	$LSTM_{Rep}$	0.95 ± 0.007	0.024 ± 0.004	0.91 ± 0.009	0.018 ± 0.001	0.95 ± 0.005	0.026 ± 0.004	0.95 ± 0.004	0.083 ± 0.008
KAOG	$LSTM_{Act}$	0.86 ± 0.011	0.014 ± 0.004	0.91 ± 0.007	0.019 ± 0.004	0.93 ± 0.01	0.025 ± 0.008	0.88 ± 0.014	0.129 ± 0.018
	$LSTM_{Rep}$	0.85 ± 0.019	0.014 ± 0.003	0.91 ± 0.017	0.02 ± 0.002	0.93 ± 0.017	0.026 ± 0.006	0.88 ± 0.024	0.187 ± 0.01
MMA	$LSTM_{Act}$	0.92 ± 0.01	0.02 ± 0.003	0.93 ± 0.007	0.023 ± 0.002	0.9 ± 0.02	0.014 ± 0.004	0.9 ± 0.016	0.097 ± 0.012
	$LSTM_{Rep}$	0.93 ± 0.02	0.025 ± 0.007	0.92 ± 0.016	0.026 ± 0.005	0.9 ± 0.025	0.015 ± 0.003	0.88 ± 0.018	0.097 ± 0.01
MVG	$LSTM_{Act}$	0.83 ± 0.026	0.013 ± 0.004	0.89 ± 0.018	0.023 ± 0.006	0.88 ± 0.035	0.016 ± 0.004	0.87 ± 0.023	0.173 ± 0.019
	$LSTM_{Rep}$	0.81 ± 0.026	0.013 ± 0.002	0.89 ± 0.016	0.024 ± 0.004	0.88 ± 0.03	0.016 ± 0.003	0.83 ± 0.014	0.225 ± 0.009
RINS	$LSTM_{Act}$	0.79 ± 0.012	0.009 ± 0.002	0.89 ± 0.012	0.019 ± 0.004	0.9 ± 0.012	0.022 ± 0.005	0.83 ± 0.014	0.148 ± 0.012
	$LSTM_{Rep}$	0.8 ± 0.02	0.009 ± 0.001	0.87 ± 0.023	0.019 ± 0.003	0.91 ± 0.017	0.021 ± 0.005	0.82 ± 0.025	0.219 ± 0.013
RMFH	$LSTM_{Act}$	0.83 ± 0.027	0.01 ± 0.002	0.89 ± 0.01	0.02 ± 0.002	0.89 ± 0.01	0.022 ± 0.003	0.87 ± 0.017	0.147 ± 0.01
	$LSTM_{Rep}$	0.8 ± 0.033	0.009 ± 0.002	0.89 ± 0.011	0.022 ± 0.002	0.91 ± 0.012	0.023 ± 0.002	0.85 ± 0.021	0.176 ± 0.021
TOTAL	$LSTM_{Act}$	0.817 ± 0.057	0.012 ± 0.004	0.893 ± 0.027	0.02 ± 0.006	0.891 ± 0.03	0.021 ± 0.006	0.877 ± 0.031	0.126 ± 0.028
	$LSTM_{Rep}$	0.805 ± 0.07	0.014 ± 0.006	0.886 ± 0.033	0.022 ± 0.004	0.9 ± 0.031	0.023 ± 0.006	0.861 ± 0.034	0.148 ± 0.039

5.1. MATRICES DE CORRELACIÓN Y ERROR



(a) Correlación y Error en la banda θ para la población.

(b) Correlación y Error en la banda α para la población.



(c) Correlación y Error en la banda β para la población.

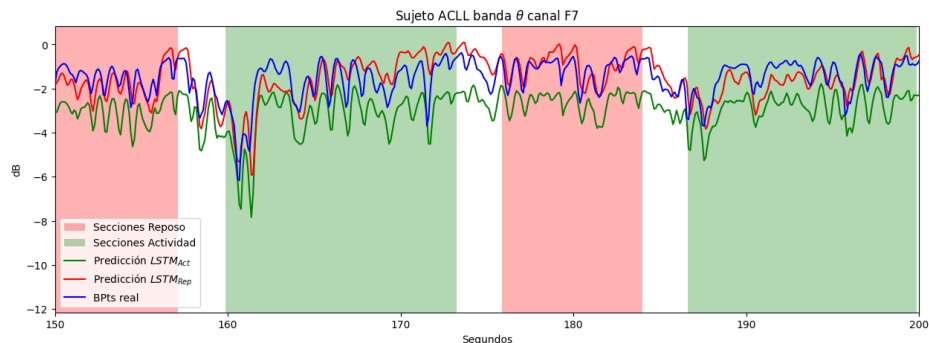
(d) Correlación y Error en la banda γ para la población.

Figura 5.11: Evaluación poblacional para ambas configuraciones de electrodos (18 y 32 canales): θ (a), α (b), β (c) y γ (d). Superior: Coeficiente de correlación; Inferior: Error Medio Absoluto.

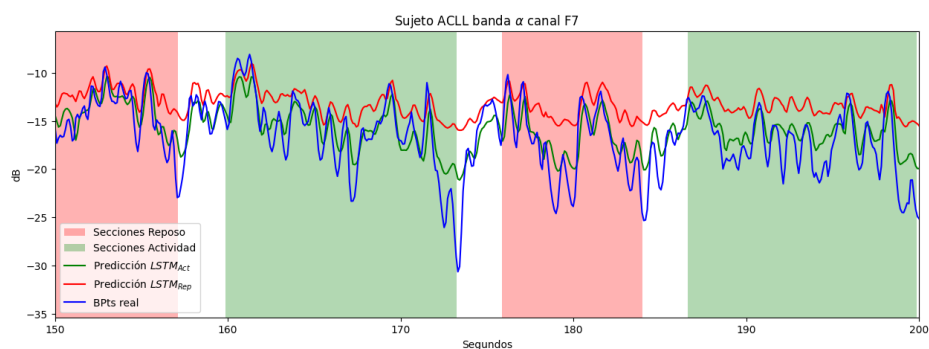
5.2. Series de error

Una vez definida la arquitectura de las redes LSTM se procedió a calcular las series de error tal como se describe en las Secciones 4.7, 4.8 y 4.10. En la Figura 5.12 se muestran cuatro ejemplos (uno por banda) de las predicciones realizadas sobre la serie de potencia con ambos modelos. Las series se muestran en escala logarítmica, donde la serie azul es la BPTs real en la respectiva banda, la serie verde es la predicción realizada con el modelo $LSTM_{Act}$, y la serie roja es la predicción realizada con el modelo $LSTM_{Rep}$. Las predicciones mostradas corresponden al sujeto ACLL, en la repetición uno de la sesión uno, donde los modelos fueron entrenados con los datos de las dos sesiones restantes.

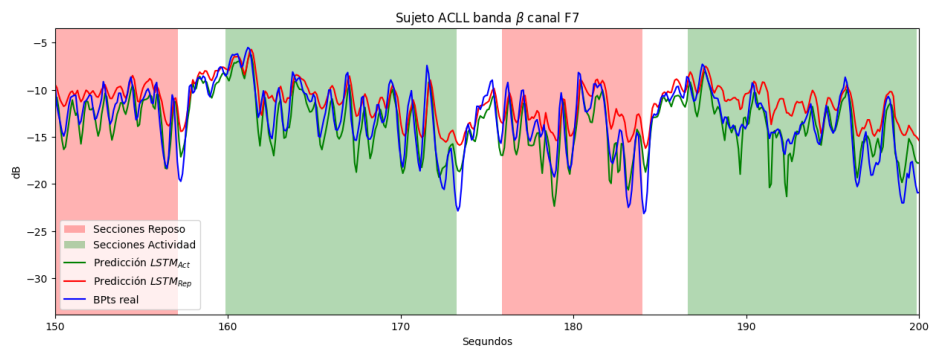
5.2. SERIES DE ERROR



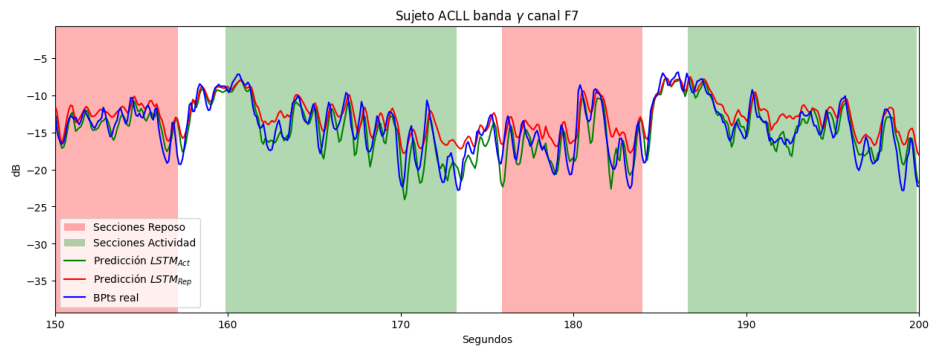
(a) Predicciones realizadas en la θ sobre el canal F7.



(b) Predicciones realizadas en la α sobre el canal F7.



(c) Predicciones realizadas en la β sobre el canal F7.



(d) Predicciones realizadas en la γ sobre el canal F7.

Figura 5.12: Series predichas por ambos modelos (verde: $LSTM_{Act}$; roja: $LSTM_{Rep}$) y BPs reales (azul). θ (a), α (b), β (c) y γ (d).

5.2. SERIES DE ERROR

Se puede observar que existe error en ambas predicciones para cada punto de la serie. Ese error “continuo” es el que se mide utilizando el MAE, permitiendo así calcular una serie continua del error de las predicciones. La [Figura 5.13](#) muestra un ejemplo de una serie de error real construida a partir del error en la predicción del modelo $LSTM_{Act}$.

Hay que recordar que para el cálculo de las series de error usadas para realizar la estimación se consideran las predicciones realizadas en los 18 o 32 canales, calculando el error medio absoluto entre cada predicción y la BPTs real. Posteriormente se calcula la norma entre los vectores de error correspondientes a cada uno de los canales, obteniendo así una única serie de error por cada realización.

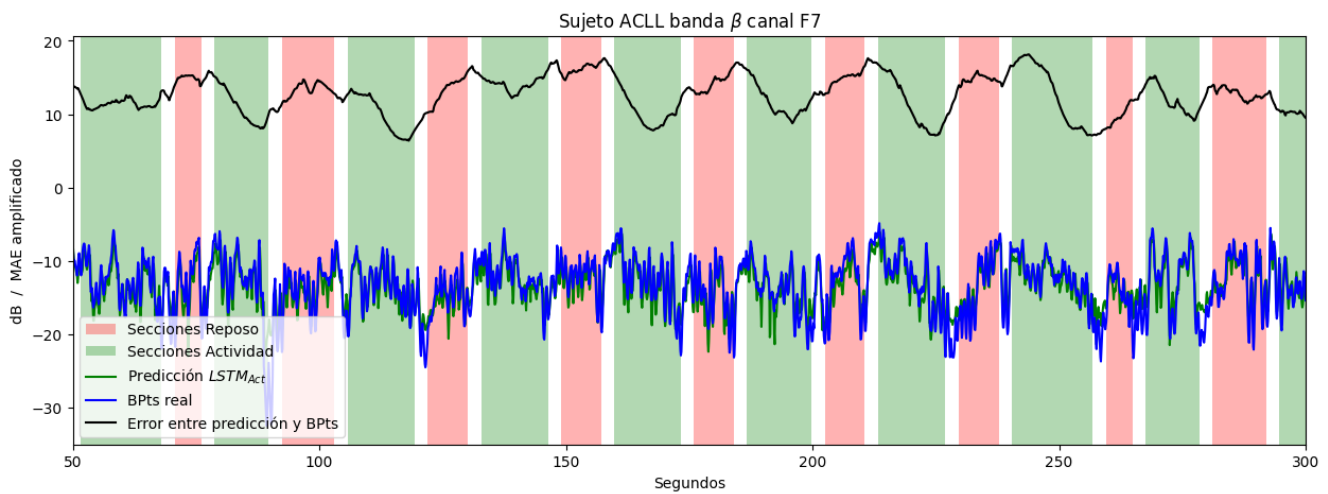
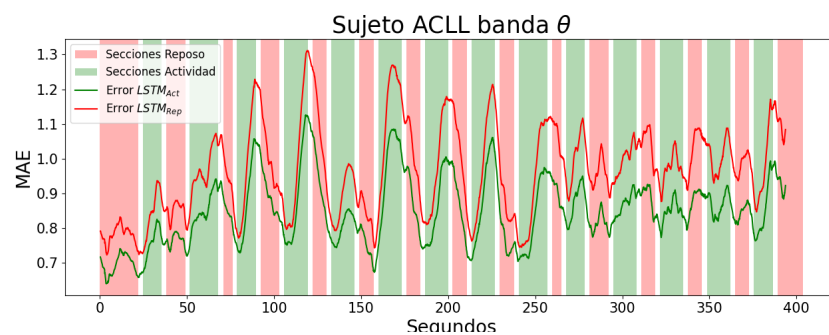


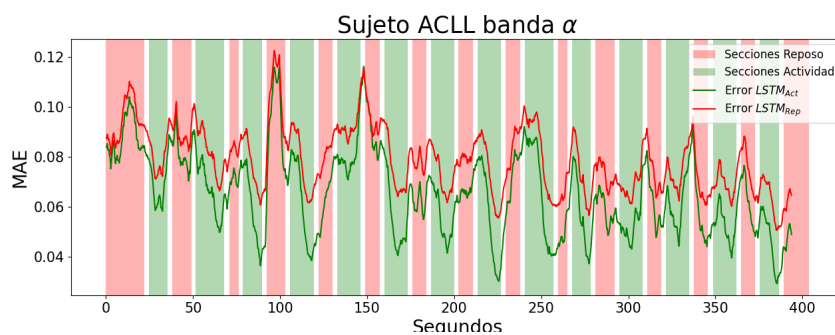
Figura 5.13: Serie de error (negro) calculada a partir del error entre la predicción (verde) y la BPTs (azul). Banda α , sujeto ACLL, canal F7.

La [Figura 5.14](#) muestra las series de error en las cuatro bandas, construidas con todos los canales en la realización uno, de la sesión uno, para el sujeto ACLL.

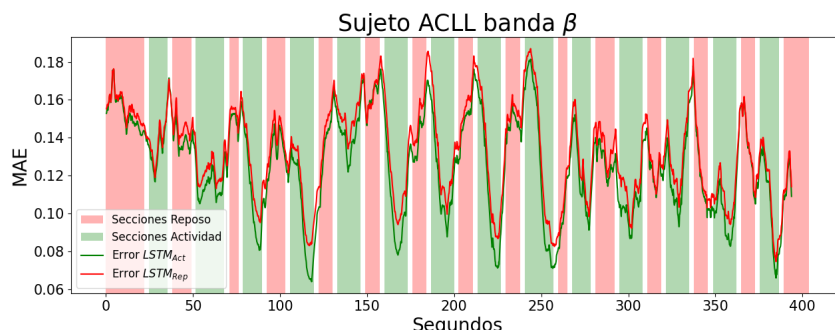
5.2. SERIES DE ERROR



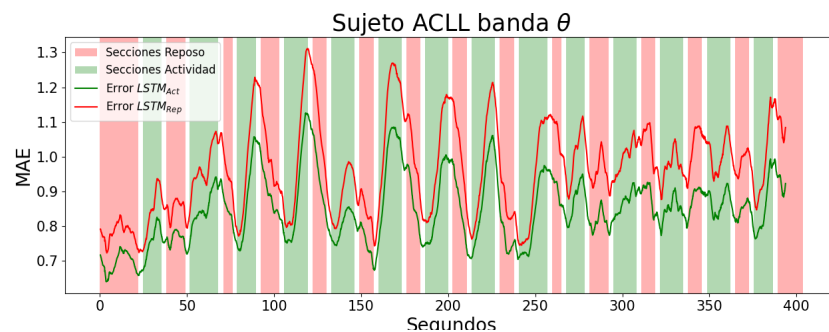
(a) Serie de error en la banda θ .



(b) Serie de error en la banda α .



(c) Serie de error en la banda β .



(d) Serie de error en la banda γ .

Figura 5.14: Series de tiempo generadas al calcular el Error Medio Absoluto (verde: Error del modelo $LSTM_{Act}$; roja: Error del modelo $LSTM_{Rep}$). θ (a), α (b), β (c) y γ (d).

5.3. ESTIMACIÓN

Nuevamente hay que recordar que las figuras mostradas corresponden a ejemplos particulares obtenidas para un sujeto en una realización. Para realizar obtener los resultados que se describen a continuación se consideraron todas las series de error en las cuatro bandas de todos los sujetos, como se describió en la metodología.

5.3. Estimación

Una vez que se obtienen las series de error para la población entera se calcula el AUROC de cada sección de *Actividad* y *Reposo*, considerando que la serie de error es un rasgo utilizado para la clasificación binaria, como se describe en la [Sección 4.11](#). Los resultados de la población se muestran en la [Tabla 5.3](#). Las columnas *Impropios* muestran la cantidad de realizaciones que consiguieron valores AUROC menores a 0.5, lo que se conoce como valores impropios del área bajo la curva. Las realizaciones que presentaron esta característica no se tomaron en cuenta para la estadística en la presentación de resultados, solo se contabilizaron.

Tabla 5.3: Área bajo la curva ROC para ambas configuraciones. Los valores impropios se consideran para AUROC <0.5. Total de realizaciones: 114

Banda	Modelo	18 canales		32 canales	
		AUROC	Impropios	AUROC	Impropios
θ	<i>LSTM_{Act}</i>	0.592 ± 0.026	61	0.616 ± 0.022	66
	<i>LSTM_{Rep}</i>	0.624 ± 0.037	47	0.613 ± 0.032	47
α	<i>LSTM_{Act}</i>	0.644 ± 0.024	22	0.645 ± 0.031	23
	<i>LSTM_{Rep}</i>	0.578 ± 0.021	83	0.579 ± 0.026	88
β	<i>LSTM_{Act}</i>	0.646 ± 0.03	29	0.669 ± 0.029	24
	<i>LSTM_{Rep}</i>	0.57 ± 0.022	86	0.571 ± 0.029	83
γ	<i>LSTM_{Act}</i>	0.609 ± 0.026	39	0.646 ± 0.027	33
	<i>LSTM_{Rep}</i>	0.582 ± 0.023	71	0.593 ± 0.027	76

Capítulo 6

Discusión

6.1. Sobre el paradigma

El paradigma del Cálculo Mental (CM) ha sido utilizado, como se mencionó anteriormente, como alternativa al paradigma de Imaginación de Movimiento (IM), pues usando CM es posible identificar si el sujeto hace la tarea de manera adecuada o no. Esto es útil cuando se calibra la interfaz BCI, pues es posible alimentar el sistema de reconocimiento de patrones utilizando datos confiables de la realización de la tarea mental, lo que no es posible con el IM, pues no se tiene la certeza de la correcta realización de la tarea. En este trabajo se explotó esta ventaja para construir un sistema de reconocimiento del estado mental.

Lo novedoso del estudio fue que, gracias a la noción de la correcta realización de la tarea mental, se pudieron seccionar los intervalos de EEG correspondientes a las secciones de cálculo mental o reposo, y con eso construir un par de modelos capaces de predecir la serie de potencia espectral en cuatro bandas. Los dos modelos creados corresponden a dos estados mentales distintos (actividad/reposo), y con eso es posible analizar el desempeño de los modelos usando clasificación binaria. Esta clasificación binaria evalúa en que intervalos de EEG el sujeto realizaba o no la tarea mental. Es fácil observar que este método podría aplicarse a otro tipo de paradigma, por ejemplo, uno donde se reali-

6.2. USO DE LAS LSTM

cen dos o más ejecuciones de movimiento (extremidades) y los modelos sean construidos para clasificar esas tareas.

La idea central es usar este método para controlar de forma continua una BCI asíncrona, usando cambios en la potencia espectral del EEG asociados a diferentes tareas mentales.

6.2. Uso de las LSTM

Los modelos generados mostraron ser eficientes para realizar predicciones sobre las series de potencia, pues la correlación entre la serie real y la predicha oscila entre valores $r = 0.8$ y $r = 0.9$, y errores estables, medidos con MAE. Estos datos son discutidos a detalle en la siguiente sección. Con el panorama general del desempeño de las redes LSTM se puede sugerir que este modelo de Machine Learning es útil para realizar análisis sobre las BPs obtenidas del EEG.

A pesar de que el resultado final muestra desempeños aceptables de las redes, cabe mencionar que la limitante principal de la arquitectura LSTM es el tiempo transcurrido durante los entrenamientos, pues este tiempo varió entre 11 a 13 horas por sujeto, dependiendo de las realizaciones experimentales. Esto significa que para los 15 sujetos estudiados el tiempo de entrenamiento de las redes estuvo entre 165 y 195 horas. Esto representa un punto no favorable para el método, pues clínicamente podría ser complicado contar con estos periodos para desarrollar el sistema. Por otro lado, hay que recordar que las pruebas y entrenamientos se realizaron con registros en diferentes días, algunos de ellos de hasta 110 días de diferencia, y el sistema fue capaz de realizar predicciones con el desempeño mencionado. Es por eso que, aunque el tiempo de entrenamiento es muy prolongado, podría ser aceptable, considerando los resultados obtenidos.

Otra ventaja que las redes LSTM brindaron fue la posibilidad de entrenarlas con datos obtenidos de diferentes realizaciones. Es decir, datos obtenidos de registros realizados en días distintos. La arquitectura y configuración de las redes permitieron crear modelos con una gran cantidad de información, sin comprometer (como en los modelos autoregresivos o distintas arquitecturas de ML) las posibles correlaciones de largo alcance presentes en las series de potencia ([Sección 1.4](#)).

6.3. Evaluación y selección de parámetros

6.3.1. Matriz de correlaciones

La [Figura 5.1](#) mostrada en la primera sección de los resultados es un ejemplo obtenido de la matriz de correlaciones para uno de los 15 sujetos participantes, esta matriz es un caso específico de un registro sobre la banda α en el canal AF1. Como se mencionó anteriormente, esta matriz es una forma sintetizada para representar el desempeño de los predictores sobre las series de potencia, considerando los cuatro casos posibles de comparación: $[S.bpts_{Rep} \text{ vs } P_aR]$, $[S.bpts_{Act} \text{ vs } P_aA]$, $[S.bpts_{Act} \text{ vs } P_rA]$, $[S.bpts_{Rep} \text{ vs } P_rR]$ ([Sección 4.9](#)).

La ventaja de organizar la información como una matriz de 2x2 es que se puede visualizar rápidamente si el desempeño de los modelos $LSTM_{Act}$ y $LSTM_{Rep}$ es como lo esperado. La idea es que, si los modelos son eficientes y la dinámica de las BPTs cambia como se espera, los elementos de la diagonal de la matriz de correlaciones será mayor que los elementos de la contradiagonal. Es decir, en un caso ideal los cuadrantes 1 y 3 tenderán a 1, mientras que los cuadrantes 2 y 4 tenderán a 0. Este caso ideal no fue observado en la aplicación, pues solo se consiguieron algunos casos como el mostrado en la [Figura 5.1](#). Si este supuesto no se cumple indica que los modelos no son eficientes para hacer predicciones sobre los cambios de potencia derivados de la tarea mental de cálculo aritmético, o que la dinámica de las BPTs no tiene cambios significativos en el paradigma. La [Tabla 6.1](#) muestra de forma sintetizada la interpretación de las matrices de correlaciones.

Tabla 6.1: Interpretación sintetizada de la matriz de correlaciones.

Evento	Modelo	r por cuadrantes	Interpretación
Igualdad de correlación	Actividad	1 = 2	No reconoce cambios en la dinámica BPTs
	Reposo	3 = 4	
Caso inverso	Actividad	1 > 2	Mejor predicción en secciones no usadas para entrenar (etiquetas invertidas)
	Reposo	3 > 4	
Caso esperado	Actividad	1 < 2	Mejor predicción en las secciones de entrenamiento
	Reposo	3 < 4	

Como se mencionó, cada canal en los registros tiene su propia matriz, por lo que es posible realizar un análisis canal a canal. Sin embargo, como lo que se busca es realizar un análisis poblacional, usar todas las matrices de correlaciones generadas sería poco práctico, por lo que se consideró la media y desviación estándar de todos los canales pa-

6.4. CONFIGURACIÓN LSTM UTILIZADA

ra cada sujeto, dando como resultado lo que se muestra en Las Figuras 5.3 - 5.5. Las cuatro barras observadas son las correspondientes a cada uno de los casos de comparación mencionados anteriormente. Esta es una forma de visualizar el comportamiento general de los modelos para cada sujeto, considerando 18 o 32 canales. El caso de la figura muestra la variación de los índices de correlación ante los cambios en un parámetro de las redes LSTM.

6.4. Configuración LSTM utilizada

Para seleccionar los mejores parámetros de las redes fue necesario realizar una selección aleatoria de tres de los sujetos estudiados con la finalidad de obtener un subconjunto de datos con los cuales realizar diferentes pruebas de variación de parámetros con el objetivo de encontrar aquellos que maximicen la correlación y minimicen el error de predicción. Idealmente un subconjunto de datos de cada sujeto debería ser utilizado para realizar la selección de parámetros óptima para cada persona, sin embargo, el tiempo del proceso computacional es extenso (al rededor de 14 horas por sujeto), por lo que para este estudio bastó con observar el desempeño en solo tres de los sujetos y generalizarlo para el resto (12).

Como se mencionó, dos de los parámetros de las redes LSTM fueron los que se seleccionaron con más precauciones: el orden del modelo y las unidades LSTM en la arquitectura de la red. Las Figuras 5.3 - 5.5 se muestra el resumen de las matrices de correlaciones para uno de los tres sujetos al variar el orden de los modelos. Hay varios puntos a considerar: En la parte superior (correlación), las barras azul y naranja describen el modelo $LSTM_{Act}$, donde idealmente la barra azul debería ser mayor a la naranja (**caso esperado**), mientras que las barras verde y roja describen el modelo $LSTM_{Rep}$, donde idealmente la barra roja debería ser mayor a la verde. En la parte inferior (error) no se espera una relación entre barras, simplemente sirve para observar como cambia el error en los cuatro casos en función de la variación de parámetros. Algo interesante es que, intuitivamente, la correlación y el error están inversamente correlacionadas, pero se puede observar que no siempre es el caso. Por ejemplo, se observa que el modelo $LSTM_{Act}$ en general, tiene mayor correlación entre la BPTs y las predicciones que el modelo $LSTM_{Rep}$, pero también presenta mayor error. Esto se debe a que puede existir un offset entre la predicción y la BPTs real, como se observa en la Figura 6.1. No se tiene claridad sobre el origen de

6.4. CONFIGURACIÓN LSTM UTILIZADA

este fenómeno, pero es posible que se deba a la optimización de carácter aleatorio en la construcción de los modelos LSTM. Este offset origina que para algunos casos, el error sea grande a pesar de que la predicción esté muy correlacionada con la BPTs. Para este análisis no afecta la presencia del fenómeno, pues basta con identificar como varía el error y la predicción en función del cambio de parámetros, y no se considera la relación entre error y correlación.

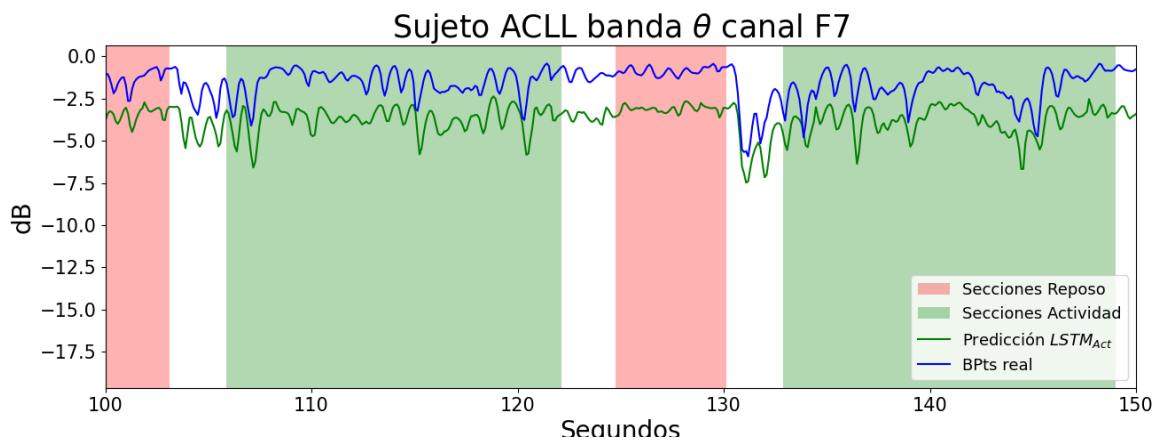


Figura 6.1: Offset generado entre la BPTs y la predicción. Caso específico sobre la banda θ , sujeto ACLL, canal F7. Línea azul: BPTs real; línea verde: predicción generada por el modelo $LSTM_{Act}$.

Otro punto que se puede mencionar es el hecho de que las matrices de correlación no muestran el comportamiento esperado, sino que para el modelo $LSTM_{Rep}$ las matrices son el caso inverso (Tabla 6.1). Esto se discutirá más adelante.

Las Figuras 5.3 - 5.5 se observa el cambio en los valores de correlación y error en las matrices, donde es evidente que a mayor orden, las predicciones disminuyen su correlación con las series de potencia e incrementa el error en las cuatro bandas, para uno de los sujetos. El resultado fue equivalente en los tres sujetos seleccionados, sin embargo, para realizar la selección óptima de parámetros se hizo un análisis cruzado de orden y unidades, como se mencionó en la Sección 4.9, donde se varió el orden de los modelos en 3, 5, 7, 9, 11, 15, 20, 25, 30 y 50, al mismo tiempo que las unidades cambiaron en 25, 50, 75, 100, 125, 150 y 200. Las Figuras 5.7, 5.8 y 5.6 muestran los resultados de variar el orden de los modelos utilizando 50, 125 y 200 unidades LSTM respectivamente. Observando estas figuras es evidente que el mejor resultado en términos de máxima correlación y menor error se encuentra en el orden 3. Resultados similares se encontraron utilizando el resto de combinaciones de unidades LSTM. Es por esto que se seleccionó un orden de 3 para

6.4. CONFIGURACIÓN LSTM UTILIZADA

los modelos que se usarían a continuación. Lo siguiente fue encontrar con cuántas unidades LSTM los modelos de orden 3 conseguían la mayor correlación y el menor error, lo cual se puede observar en la [Figura 5.9](#). En esta figura se observa que a partir de 125 unidades el desempeño de los modelos parece estabilizarse en la máxima correlación y el mínimo error. Considerando posibles variaciones se decidió tomar el valor de **150** unidades LSTM para la construcción definitiva de los modelos.

Cabe mencionar que el análisis anterior se realizó observando a los tres sujetos, los cuales mostraron resultados similares en todas las bandas analizadas. También recordar que este análisis se hizo sobre los cuadrantes 1 y 3 de las matrices de correlaciones, los cuales, como se mencionó anteriormente conviene maximizar en términos de correlación y minimizar en términos de error.

La [Figura 5.10](#) muestra los resultados obtenidos para toda la población en términos de las correlaciones de las predicciones de ambos modelos y los errores correspondientes para las cuatro bandas. Se observan correlaciones entre 0.8 y 0.9 en todos los casos, lo que indica el adecuado desempeño de los modelos LSTM construidos. El error para cada sujeto es aleatorio y no se observan similitudes entre sujetos. Esto se puede deber a la dinámica misma de las series BPTs de cada individuo o a que no todos los sujetos ejecutaron la misma cantidad de realizaciones en las tres sesiones experimentales, lo que podría afectar el desempeño general de los sistemas. De hecho no hay razones para esperar que el error total de las predicciones sea similar entre sujetos, solo que las series de error tengan la dinámica esperada, y eso se discutirá en la siguiente sección.

Vale la pena notar que la banda con más error es la banda θ , el cual se encuentra entre 0.1 y 0.25, mientras que para el resto de las bandas es menor que 0.05. Esto se debe a que las predicciones realizadas, aunque muy correlacionadas a la BPTs original, tendieron a estar desplazadas en amplitud, es decir, con una especie de offset. No se tiene una explicación clara para este evento, salvo que puede ser ocasionado por la construcción misma de los sistemas. También es notorio en todos los sujetos de la base de datos. Nuevamente, el error en las predicciones sobre la banda θ no afectó la correlación con las BPTs reales, por lo que las series fueron usadas como con las otras tres bandas para generar la serie de error continua, cuya dinámica fue congruente con el resto de resultados, pero de una amplitud en términos del MAE más grande.

6.5. SERIES DE ERROR COMO ESTIMADORES DEL EM

Las Tablas 5.1 y 5.2 muestran la información completa de la evaluación de los modelos generados para las dos combinaciones de canales de análisis para las cuatro bandas de interés, mientras que en la Figura 5.11 se muestra la misma información de manera gráfica, donde las barras cian y amarilla muestran el desempeño de los modelos usando 18 canales, mientras que las barras azul y naranja muestran el desempeño de los modelos usando 32 canales. Esta información se usó para comparar el desempeño de los modelos usando las dos diferentes configuraciones de electrodos. Se realizó la prueba estadística t entre las poblaciones (con previas pruebas de normalidad) para identificar si existe diferencia estadísticamente significativa entre las poblaciones, cuyos resultados se muestran en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2: Significancia estadística entre las configuraciones de 18 y 32 canales. En rojo se muestran aquellos casos donde hay diferencias estadísticamente significativas entre poblaciones.

Modelo	α		β		γ		θ	
	r	p-value	r	p-value	r	p-value	r	p-value
$LSTM_{Act}$	0.029	0.092	0.075	0.379	0.718	0.424	0.006	0.358
$LSTM_{Rep}$	0.039	0.255	0.111	0.428	0.316	0.44	0.003	0.282

Analizando la información de la Tabla 6.2 y la Figura 5.11 se concluye que para las bandas θ y α existe diferencia estadísticamente significativa entre los resultados obtenidos entre las dos configuraciones de electrodos, siendo el arreglo de 18 canales el que presentó mejores resultados para ambos modelos. El resto de las bandas no presenta diferencias estadísticamente significativas entre las configuraciones usadas. Considerando los resultados obtenidos se decidió realizar el análisis siguiente con ambas configuraciones de canales.

6.5. Series de error como estimadores del EM

Una vez elegidos los parámetros de las redes LSTM con base a la evidencia de la evaluación, se procedió a entrenar y probar los modelos como se mencionó en la sección Sección 4.7 y Sección 4.8. La Figura 5.12 muestra un ejemplo de las predicciones realizadas por las redes sobre las BPTs de cada banda. Se observa que la banda α presenta, visualmente, menor correlación entre las predicciones y la serie real, evento que se puede observar también en las gráficas de la Figura 5.11. Las bandas β y γ muestran desempe-

6.5. SERIES DE ERROR COMO ESTIMADORES DEL EM

ños similares, siendo la banda β la que, para ambos modelos, presenta predicciones muy cercanas a la serie real. Por último, banda θ muestra el offset que se mencionó anteriormente, lo que ocasiona mayor error, a pesar de que la correlación entre la predicción y la BPTs parece ser alta.

Como se mencionó anteriormente, es posible calcular el error entre las predicciones y las BPTs utilizando una medida como el MAE. La [Figura 5.13](#) muestra un ejemplo de la serie de error construida a partir de las dos series de interés (predicción y BPTs en banda β). Se puede observar que las series tienen alta correlación y, aparentemente, poco error. Sin embargo, realizando las mediciones correspondientes es posible construir la serie que se muestra en color negro, la cual muestra la variación en la dinámica del error en función de las secciones de estado mental. La figura muestra una serie de error amplificada para poder realizar la comparación visual.

La [Figura 5.14](#) muestra las series de error obtenidas para un sujeto en cada una de las bandas y para ambos modelos. Se observa que ambas series son muy similares, lo que sugiere que la dinámica de las BPTs no cambia significativamente entre las secciones opuestas de estado mental, pues los predictores $LSTM_{Act}$ y $LSTM_{Rep}$ generan predicciones similares cuya dinámica no cambia de forma inversa, como se planteó en la [Subsección 4.11.2](#). Sin embargo, se observa que la dinámica de las series sí depende del estado mental, pues las variaciones de amplitud suben o bajan dependiendo del intervalo de tiempo en el cual se realizó una u otra tarea mental (operar/reposo). En particular el error incrementa en las secciones de reposo y disminuye en las de reposo, lo que se puede interpretar como un esperado comportamiento para el caso del modelo $LSTM_{Act}$, pero desempeño inverso al esperado con el modelo $LSTM_{Rep}$. Se propone la hipótesis de que la dinámica de las BPTs en las secciones de reposo no es consistente en cada sección o realización del experimento, pues no existe una tarea específica en el paradigma para estos intervalos de tiempo, por lo que los sujetos pudieron realizar cualquier actividad mental en las secciones de reposo, lo que afecta la calibración de los sistemas, y por lo tanto, no hay congruencia en los datos usados para el entrenamiento del modelo en las bandas de frecuencia correspondientes a un estado mental “activo”. Una opción considerable es que durante las secciones de reposo los sujetos pudieron repetir las operaciones mentales realizadas previamente, lo cual explicaría la similitud con las secciones BPTs en el estado mental de *operar*.

6.5. SERIES DE ERROR COMO ESTIMADORES DEL EM

La [Tabla 5.3](#) muestra los resultados de área bajo la curva ROC para la estimación del estado mental en decisión binaria (Actividad o Reposo) para cada una de las realizaciones hechas por los 15 sujetos en las tres sesiones experimentales. Es posible comparar el desempeño de los modelos usando ambas configuraciones de canales en las cuatro bandas:

- θ : Usando 18 canales el modelo $LSTM_{Act}$ logró valores AUROC de aproximadamente 0.59, lo que sugiere que, en general, no es confiable para decisiones binarias, sin embargo, el modelo $LSTM_{Rep}$ consiguió valores de 0.62 aproximadamente, indicando que en general este modelo tiende a ser más adecuado para clasificar las secciones BPs de reposo. Usando la configuración de 32 canales ambos modelos logran valores de 0.61 aproximadamente, mejorando ligeramente el desempeño del modelo $LSTM_{Act}$. Esta información sugiere que, en general, el método es más eficiente identificando las secciones mentales de reposo, lo cual es congruente con la teoría fisiológica para la banda θ . La diferencia radica en los valores impropios obtenidos para ambos modelos, siendo notablemente menores para el modelo LSTM construido con datos de las secciones BPs de reposo.
- α : En esta banda ambas configuraciones de canales muestran comportamientos muy similares en cuanto a los valores AUROC obtenidos. Para el modelo $LSTM_{Act}$ los valores son de aproximadamente 0.64, mientras que el modelo $LSTM_{Rep}$ consiguió valores de alrededor de 0.57. Los valores AUROC impropios también son significativamente distintos entre uno y otro modelo, siendo el modelo construido con datos de BPs en actividad el que menos obtuvo. Estos resultados sugieren que para esta banda el modelo $LSTM_{Act}$ se podría usar para identificar las secciones de estado mental correspondientes a los periodos de operación aritmética.
- β : Para esta banda ambas configuraciones de canales tienen buen desempeño en el modelo $LSTM_{Act}$, siendo aproximadamente AUROC de 0.64 para 18 canales y 0.67 para 32 canales, con valores impropios mucho menores en el modelo mencionado. En este caso, existe una diferencia notable al utilizar la configuración de 32 canales, sugiriendo que para la banda β podría ser más eficiente usar esta configuración. El modelo $LSTM_{Rep}$ no muestra diferencia entre configuraciones, obteniendo valores AUROC de aproximadamente 0.57, poco confiable para clasificación.
- γ : Esta banda muestra un notable mejor desempeño usando la configuración de 32 canales, particularmente el modelo $LSTM_{Act}$ consigue valores aproximadamente de

6.6. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

0.64 y 0.58 para el modelo $LSTM_{Rep}$. Nuevamente, se sugiere que en esta banda el método es más confiable para identificar el estado de “operar” que el estado de “Reposo”, considerando los valores AUROC obtenidos y la cantidad de valores impropios para ambos modelos.

6.6. Comparación de resultados

Este proyecto se pensó como alternativa a los métodos existentes para la estimación de cálculo mental. En la [Capítulo 3](#) se describen algunos de los trabajos de investigación que se relacionan directamente. En varios de ellos se describen procedimientos que involucran el análisis lineal y no-lineal de las señales de EEG. En algunos casos, las metodologías de análisis no podrían permitir realizar la estimación de forma continua, por lo que no sería adecuado comparar los resultados obtenidos en ellos con los reportados en esta tesis.

Como ejemplo se puede considerar el trabajo realizado por Varsheny [67], donde el objetivo fue diferenciar épocas del EEG de distintos estados mentales. Varsheny y cols proponen rasgos estáticos de entropía, por lo que no es un método pensado para realizarse en tiempo real. De hecho, previo a la extracción de rasgos se realiza una etapa de Análisis de Componentes Independientes para eliminar artefactos. También se realiza la estadística considerando a toda la población (36 sujetos y 23 canales analizados en cada registro) en la validación cruzada de 10 vías, sin embargo, realizando la clasificación de estados mentales por sujeto, los resultados fueron 58.70%, 55.74%, y 60.55% respectivamente para cada método (LSTM, BLSTM y GRU).

A pesar de que el objetivo del trabajo de Varsheny coincide con los objetivos del proyecto presentado en esta tesis, las metodologías difieren en los rasgos, procesamiento, enfoque futuro y forma de evaluación de la clasificación. Por último, vale la pena mencionar que las señales utilizadas por Varsheny se obtuvieron con un experimento donde las épocas de reposo se hicieron con los ojos cerrados (<https://physionet.org/content/eegmat/1.0.0/>), lo que hace que el paradigma usado sea distinto al utilizado en este trabajo.

Se pueden comparar los resultados obtenidos con los reportados por Bojorges [19] en 2016, pues la base de datos utilizada es la misma. En la [Figura 6.2](#) se muestran los resul-

6.7. LIMITACIONES

tados de ambas aproximaciones.

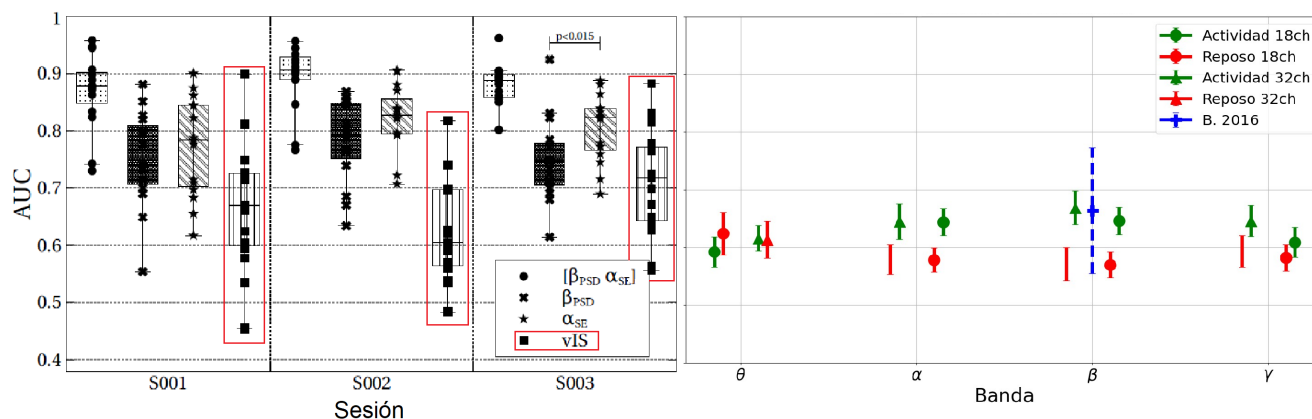


Figura 6.2: Comparación de resultados entre el trabajo realizado por Bojorges en 2016 y el método propuesto. Izquierda: Resultados obtenidos en 2016; Derecha: Resultados obtenidos en este trabajo.

En la [Figura 6.2](#) Izquierda se observa que el autor reporta dos tipos de resultados, uno con la validación cruzada realizada, y otro con los valores AUROC de la clasificación Iner-Sesión (calibración del sistema con datos de una sesión distinta a los datos de prueba.), lo cual es comparable con lo reportado en la [Figura 6.2](#) Derecha, donde se observan los resultados obtenidos en cada una de las bandas para toda la población. En color azul el rango de resultados obtenido en [19]. Se observa que el rango de valores AUROC es similar en ambas metodologías.

6.7. Limitaciones

Varios retos se presentaron durante el desarrollo del proyecto, pero hubo dos en particular que limitaron el análisis y representaron mucho tiempo durante el proceso: los recursos de cómputo que necesitan las redes LSTM para ser entrenadas y los tiempos de entrenamiento.

En cuanto a los recursos de cómputo, al inicio del proyecto se trabajó con una máquina local de 16 GB en RAM y un procesador de cuatro núcleos. Sin embargo, el entrenamiento de las redes rebasaban rápidamente la memoria disponible, por lo que el análisis sufrió retrasos de tiempo, pues el procesamiento se tuvo que segmentar para ajustarse al recurso de cómputo. Posteriormente la UAM facilitó el acceso a la plataforma *Atenea*

6.8. TRABAJO PENDIENTE

(<https://atenea.izt.uam.mx/>), servidor remoto con 64 GB de RAM y procesador de 16 núcleos. Esta herramienta permitió agilizar el análisis de la información.

Los tiempos de entrenamiento variaron de sujeto a sujeto debido a que algunos consiguieron más realizaciones que otros. Sin embargo, el tiempo total de entrenamiento por banda fue de entre 11 y 13 horas. Es decir, una vez determinada la arquitectura de los modelos a utilizar se realizó el procedimiento para cada banda, dando un total de entre 44 y 52 horas de entrenamiento. La búsqueda de los parámetros óptimos de las redes se restringió a tres sujetos elegidos de manera aleatoria debido a que por cada exploración de parámetros el tiempo era de aproximadamente 24 horas, debido a los múltiples entrenamientos realizados.

6.8. Trabajo pendiente

Como se mencionó anteriormente, los tiempos de entrenamiento fueron muy extensos, por lo que el proceso de optimización de parámetros para las redes fue restringido. Utilizando esta metodología se podría realizar una búsqueda más detallada con la suficiente disponibilidad de tiempo y los recursos de cómputo adecuados.

Las configuraciones de canales se restringieron a 18 y 32, pero la evidencia que proporciona la matriz de correlaciones puede ser usada para optimizar la selección de canales debido a que contiene información del desempeño de los modelos para cada canal. Sería posible usar una configuración particular para cada sujeto, excluyendo aquellos canales donde los modelos no realicen predicciones acertadas o donde el error sea grande.

La [Tabla 6.3](#) muestra los resultados obtenidos al probar el método utilizando no solo una, sino dos bandas para entrenar a las redes LSTM. La [Tabla 5.3](#) muestra que las bandas α y β obtienen mejores resultados para los modelos $LSTM_{Act}$, y las bandas θ y γ tienen mejor desempeño en los modelos $LSTM_{Rep}$. Esto se usó como base para probar las combinaciones de entrenamiento y prueba mostradas a continuación (32 canales):

6.8. TRABAJO PENDIENTE

Tabla 6.3: Área bajo la curva ROC para la configuración de 32 canales y combinaciones de entrenamiento y prueba sobre las bandas β y γ . Los valores impropios se consideran para AUROC <0.5 . Total de realizaciones: 114

Trn (Banda(s) entrenamiento)	Tst (Banda(s) prueba)	$LSTM_{Act}$	Impropios	$LSTM_{Rep}$	Impropios
α, β	β	0.68 ± 0.028	24	0.58 ± 0.023	90
α, β	α	0.644 ± 0.025	31	0.593 ± 0.024	77
$\alpha, \beta,$	α, β	0.662 ± 0.027	30	0.582 ± 0.029	81
θ, γ	θ	0.6 ± 0.025	54	0.61 ± 0.03	51
θ, γ	γ	0.6 ± 0.019	49	0.61 ± 0.037	56
θ, γ	θ, γ	0.59 ± 0.022	50	0.62 ± 0.03	51

Como se observa en la tabla, probando sobre la banda β solo y en combinación con α el resultado mejora respecto a lo obtenido probando solo sobre una sola banda en el caso de los modelos $LSTM_{Act}$. Probando las combinaciones de las bandas θ y γ se observa que los resultados para ambos modelos son muy similares, al rededor de 0.6. Estos resultados no son significativamente mejores que los obtenidos entrenando y probando solo con θ , pero sí lo hace para la banda γ . Estos resultados sugieren que probar con combinaciones de bandas podría mejorar el rendimiento de los sistemas, siempre que se encuentre la combinación adecuada de bandas para el entrenamiento y prueba. Sin embargo, algo que vale la pena notar es que los valores AUROC impropios incrementan.

El paradigma utilizado no presenta una tarea específica o lo suficientemente controlada en los intervalos de reposo, por lo que realizar una nueva serie de experimentos tratando de controlar estas ventanas de tiempo podría ayudar a evaluar de manera más confiable la metodología propuesta para concluir de mejor forma si es posible proponer este análisis como sección de control en una BCI asíncrona.

Por último, esta metodología es lo suficientemente robusta como para probarla con otro tipo de paradigmas, como el de Imaginación de Movimiento, donde se busque clasificar la instrucción mental de movimiento imaginario en varias extremidades durante un mismo registro. Sin embargo se requiere probar con bases de datos disponibles y observar el desempeño general usando diferentes paradigmas sobre los cuales se pueda realizar clasificación de tareas mentales.

Capítulo 7

Conclusiones

En este proyecto se desarrolló e implementó un método de estimación continua del estado mental en términos de la realización / no realización de operaciones aritméticas, con el objetivo de usarlo como etapa de control para una BCI asíncrona. Para esto se utilizaron datos de un experimento donde 15 sujetos realizaron intervalos de operaciones aritméticas y verbalizaban los resultados. Las señales de EEG fueron adquiridas durante este proceso y etiquetadas por épocas (operación/reposo).

Posteriormente, dos modelos de redes LSTM fueron entrenados con los datos (potencia espectral por bandas) de las respectivas épocas (un modelo con datos de las épocas de actividad, y otro con datos de las épocas de reposo). Así, los modelos podrían generar predicciones continuas sobre las series de potencia obtenidas de las señales de EEG, y los errores de predicción se podrían calcular muestra a muestra. La dinámica del error se tomó como rasgo único para estimar continuamente el estado mental, dependiendo de su dinámica (idealmente inversa).

Los resultados reportados muestran que para las bandas α , β y γ los modelos contruidos con datos de las series de potencia en las secciones de reposo ($LSTM_{Rep}$) no identifican apropiadamente el estado mental y, de hecho, el comportamiento de las series de error producidas es muy similar a las generados con los modelos $LSTM_{Act}$, lo que provoca que en la clasificación binaria, el sistema obtenga valores AUROC inferiores a 0.5, deno-

minados valores impropios. Esto significa que el modelo $LSTM_{Rep}$ no cuantifica cambios particulares en la dinámica de la BPTs en estas bandas que sean distintos a los cambios en la dinámica de la serie durante las secciones de cálculo mental. Aunque los valores AUROC son impropios en su mayoría, pueden aún ser utilizados para clasificación binaria invirtiendo las etiquetas, sin embargo, para este trabajo se dejaron fuera de la estadística aquellas realizaciones con este tipo de áreas bajo la curva ROC.

Una posible explicación de este fenómeno con el modelo $LSTM_{Rep}$ es que durante los intervalos de tiempo donde se le pidió al sujeto estar en reposo (viendo una pantalla blanca), no hubo control sobre la actividad mental. Es decir, el sujeto pudo seguir pensando en los cálculos aritméticos realizados, por ejemplo. Esa falta de control puede ser la causa de que no exista “congruencia” en la dinámica de las series en las secciones de reposo y eso causar problemas en la calibración para las tres bandas mencionadas. Ese caso también podría explicar por que las predicciones generados por estos modelos son tan similares a las realizadas por el modelo $LSTM_{Act}$.

Una segunda explicación podría ser simplemente que las BPTs no presentan cambios detectables por los modelos, por lo que, sin importar el intervalo de la serie, ambos modelos realizan predicciones similares. Este escenario implicaría que las series de potencia espectral no son un buen biomarcador para identificar cambios en la actividad bioeléctrica cortical asociada al paradigma de cálculo mental. Es por esto que el trabajo futuro incluye un segundo experimento para corroborar o descartar esta hipótesis.

Hablando en particular de la banda θ , para los modelos construidos con datos de las secciones de reposo se observó que los valores AUROC obtenidos fueron superiores al resto de las bandas, con una cantidad significativamente menor de valores impropios. Esto confirma lo establecido por la fisiología [3], [4], [78], la cual dice que la banda θ se asocia a episodios de somnolencia o poca actividad mental. Esto indica que, para identificar los intervalos de reposo, esta banda fue la mas eficiente, como era esperado.

Por el contrario, los modelos construidos con datos de los intervalos de cálculo mental tuvieron un desempeño aceptable para las bandas α , β y γ , con valores al rededor de 0.65, lo que sugiere que el método podría ser eficiente para identificar los intervalos de cálculo aritmético en este paradigma. Por el contrario, la banda θ mostró un desempeño ineficiente, consiguiendo valores AUROC al rededor de 0.55, mostrando que esta banda

no podría ser eficiente para identificar esta tarea mental.

Por último, en la [Tabla 6.3](#) se muestra que los valores de área bajo la curva ROC conseguidos utilizando múltiples bandas para entrenar a las redes LSTM parece ser superiores a los reportados en la [Tabla 5.3](#) para algunas bandas, particularmente en la banda β . Por los objetivos y la limitación de tiempo para este proyecto no se continuó la exploración de resultados bajo estas condiciones, por lo que se sugiere como trabajo futuro. Usar más de una banda para entrenar a los modelos, combinado con la selección de canales específicos para cada sujeto de estudio podría incrementar significativamente el rendimiento del método para la estimación continua del estado mental y, con la correcta implementación, servir como etapa de control para sistemas BCI asíncronos.

Bibliografía

- [1] Estomih Mtui, Gregory Gruender y Peter Dockery. *FitzGerald's Clinical Neuroanatomy and Neuroscience*. 7.^a ed. ELSEVIER, 2017.
- [2] L. Constanzo. *Fisiología*. Ed. por Xavier Gasull y Elisa Ferrer. 4.^a ed. ELSEVIER, 2011.
- [3] L. Hu y Z. Zhang, eds. *EEG Signal Processing and Feature Extraction*. Springer Nature Singapore Pte Ltd, 2019.
- [4] A. Casson, M. Abdulaal, M. Dulabh et al. *Electroencephalogram*. Ed. por T. Tamura y W. Chen. Springer International Publishing AG, 2018.
- [5] R. Drake, A. Vogl y A. Mitchell. *Garys Anatomy for students*. Ed. por Elizondo Rodrigo. 4.^a ed. ELSEVIER, 2020.
- [6] E. Bojorges-Valdez, J.C. Echeverria y O. Yanez-Suarez. «Evaluation of the continuous detection of mental calculation episodes as a BCI control input». En: *Comput. Biol. Med.* 64 (2016), págs. 155-62.
- [7] M. Pardo-Rodriguez, E. Bojorges-Valdez y O. Yanez-Suarez. «Bidirectional intrinsic modulation of EEG band power time series and spectral components of heart rate variability». En: *Autonomic Neuroscience: Basic and Clinical* 232 (2021), pág. 102776.
- [8] J. Newson y T. Thiagarajan. «EEG Frequency Bands in Psychiatric Disorders: A Review of Resting State Studies». En: *Front. Hum. Neurosci* 12(521) (2019).
- [9] J. Saby y P. Marshall. «The Utility of EEG Band Power Analysis in the Study of Infancy and Early Childhood». En: *Developmental Neuropsychology* 37(3) (2012), págs. 253-273.

- [10] H. Huang, J. Zhang, L. Zhu et al. «EEG-Based Sleep Staging Analysis with Functional Connectivity». En: *Sensors* 21(6) (2021), pág. 1998.
- [11] H. Abdullah, G. Holland, I. Cosic et al. «Correlation of Sleep EEG Frequency Bands and Heart Rate Variability». En: *31st Annual International Conference of the IEEE EMBS*. Sep. de 2009, págs. 2-6.
- [12] M. Hasbulah, F. Jafar y M. Nordin. «Fundamental of Electroencephalogram (EEG) Review for Brain-Computer Interface (BCI) System». En: *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)* 6(5) (2019).
- [13] L.F. Nicolas-Alonso y J. Gomez-Gil. «Brain computer interfaces, a review.» En: *Sensors* 12 (2012), págs. 1211-1279.
- [14] S.G. Mason y G.E. Birch. «A General Framework for Brain-Computer Interface Design». En: *IEEE Transaction on Neural Systems and Rehabilitation Engineering II* (2003), págs. 70-58.
- [15] H. Chang-Hee, M. Klaus-Robert y H. Han-Jeong. «Brain-Switches for Asynchronous Brain-Computer Interfaces: A Systematic Review». En: *Electronics* 9(3) (2020), pág. 422.
- [16] W. Zhang, C. Tan, F. Sun et al. «A review of EEG-based brain-computer interface systems design». En: *Brain Science Advances* 4(2) (2018), págs. 156-167.
- [17] P. Wierzgala, D. Zapala, G. Wojcik et al. «Most Popular Signal Processing Methods in Motor-Imagery BCI: A Review and Meta-Analysis». En: *Frontiers in Neuroinformatics* 12(78) (2018).
- [18] G. Muller-Putz, R. Scherer, C. Neuper et al. «Steady-State Somatosensory Evoked Potentials: Suitable Brain Signals for Brain-Computer Interfaces». En: *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering* 14(1) (2006), págs. 30-37.
- [19] E. Bojorges-Valdez. «Utilizacion de un exponente de escalamiento en Interfaces Cerebro Computadora Asincronicas.» Tesis doct. Universidad Autonoma Metropolitana, 2016.
- [20] S. Aggarwal y N. Chugh. «Signal processing techniques for motor imagery brain computer interface: A review». En: *Array* 1(2) (2019), pág. 100003.
- [21] E.V. Friedrich, C. Neuper y R. Scherer. «Whatever works a systematic user-centered training protocol to optimize brain-computer interfacing individually». En: *PLOS ONE* 8(9) (2013), e76214.

- [22] Mohammad-Parsa Hosseini, Amin Hosseini y Kiarash Ahi. «A Review on Machine Learning for EEG Signal Processing in Bioengineering». En: *IEEE Reviews in Biomedical Engineering* 1(1) (2020).
- [23] A. L. Fradkov. «Early History of Machine Learning». En: *IFAC PapersOnLine* 53(2) (2020), págs. 1385-1390.
- [24] Y. LeCun, Y. Bengio y G. Hinton. «Deep learning». En: *Nature* 521(7553) (2015), págs. 436-444.
- [25] R. Mu y X. Zeng. «A Review of Deep Learning Research». En: *KSII Transactions on Internet and Information Systems* 13(4) (2019), págs. 1738-1764.
- [26] F. Piccialli, V. Somma, F. Giampaolo et al. «A survey on deep learning in medicine: Why, how and when?». En: *Information Fusion* 66 (2021), págs. 111-137.
- [27] Amit Kumar Tyagi y Ajith Abraham. *Recurrent Neural Networks Concepts and Applications*. CRC Press is an imprint of Taylor & Francis Group, LLC, 2022.
- [28] J. L. Elman. «Finding Structure in Time». En: *COGNITIVE SCIENCE* 14 (1990), págs. 179-211.
- [29] C. Tung-Bo y S. Von-Wun. «A Comparative Study of Recurrent Neural Network Architectures on Learning Temporal Sequences». En: *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*. 1996.
- [30] Y. Yu, X. Si, C. Hu et al. «A Review of Recurrent Neural Networks: LSTM Cells and Network Architectures». En: *Neural Computation* 31(7) (2019), págs. 1235-1270.
- [31] H. Salehinejad, S. Sankar, J. Barfett et al. «Recent Advances in Recurrent Neural Networks». En: *arXiv* (2018). DOI: [10.48550/ARXIV.1801.01078](https://doi.org/10.48550/ARXIV.1801.01078).
- [32] H. Hewamalage, C. Bergmeir y K. Bandara. «Recurrent Neural Networks for Time Series Forecasting: Current status and future directions». En: *International Journal of Forecasting* (2020).
- [33] S. Hochreiter y J. Schmidhuber. «Long Short-Term Memory». En: *Neural Computation* 9(8) (1997), págs. 1735-1780.
- [34] W. Kong, Z. Y. Dong, Y. Jia et al. «Short-Term Residential Load Forecasting based on LSTM Recurrent Neural Network». En: *IEEE Transactions on Smart Grid* 10(1) (2017), págs. 841-851.
- [35] P. Lara-Benitez, M. Carranza-Garcia y J.C. Riquelme. «An Experimental Review on Deep Learning Architectures for Time Series Forecasting». En: *International Journal of Neural Systems* (2020).

- [36] George Styan. «Hadamard products and multivariate statistical analysis». En: *Linear algebra and its applications* 6 (1973), págs. 217-240.
- [37] J.F. Torres, D. Hadjout, A. Sebaa et al. «Deep Learning for Time Series Forecasting: A Survey». En: *Big Data* 3:X (2020), págs. 1-19.
- [38] V. Bali, A. Kumar y S. Gangwar. «Deep Learning based Wind Speed Forecasting: A Review». En: *9th International Conference on Cloud Computing, Data Science & Engineering*. Vol. 978(1). 2019, págs. 5386-5933.
- [39] A. Rial, R. Rajagukguk, A. Ramadhan et al. «A Review on Deep Learning Models for Forecasting Time Series Data of Solar Irradiance and Photovoltaic Power». En: *Energies* 13 (2020), pág. 6623.
- [40] D. Tukymbekov, A. Saymbetov, M. Nurgaliyev et al. «Intelligent autonomous street lighting system based on weather forecast using LSTM». En: *Energy* 231 (2021), pág. 120902.
- [41] J. Qiu y B. Wang and C. Zhou. «Forecasting stock prices with long-short term memory neural network based on attention mechanism». En: *PLoS ONE* 15(1) (2020), e0227222.
- [42] O. Sezer, M. U. Gudelek y A. M. Ozbayoglu. «Financial time series forecasting with deep learning : A systematic literature review: 2005–2019». En: *Applied Soft Computing Journal* 90 (2020), pág. 106181.
- [43] N. Somu, G. Raman y K. Ramamritham. «A deep learning framework for building energy consumption forecast». En: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 137 (2021), pág. 110591.
- [44] B. Lim y S. Zohren. «Time-series forecasting with deep learning: a survey». En: *Phil. Trans. R. Soc. A* 379: 20200209 (2021). DOI: <https://doi.org/10.1098/rsta.2020.0209>.
- [45] Z. Han, J. Zhao, H. Leung et al. «A Review of Deep Learning Models for Time Series Prediction». En: *IEEE Sensors Journal* (2019).
- [46] H. Hewamalage, C. Bergmeir y K. Bandara. «Recurrent Neural Networks for Time Series Forecasting: Current status and future directions». En: *International Journal of Forecasting* (2020). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2020.06.008..>

- [47] Ping Wang, Xiaofeng Liu, Jing Shang et al. «LSTM-Based EEG Classification in Motor Imagery Tasks». En: *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering* 26(11) (2018), págs. 2086-2095.
- [48] Stefano Tortora, Stefano Ghidoni, Carmelo Chisari et al. «Deep Learning-based BCI for Gait Decoding from EEG with LSTM Recurrent Neural Network». En: *Journal of Neural Engineering* (2020). DOI: <https://doi.org/10.1088/1741-2552/ab9842>.
- [49] Guangyi Zhang, Vandad Davoodnia, Alireza Sepas-Moghaddam et al. «Classification of Hand Movements from EEG using a Deep Attention-based LSTM Network». En: *IEEE Sensors Journal* 20(6) (2020), págs. 3113-3122.
- [50] Francisco M. Garcia-Moreno, Maria Bermudez-Edo, María José Rodríguez-Fórtiz et al. «A CNN-LSTM Deep Learning Classifier for Motor Imagery EEG Detection Using a Low-invasive and Low-Cost BCI Headband». En: *2020 16th International Conference on Intelligent Environments (IE)*. 19888651. IEEE, 2020.
- [51] Sławomir Opalka, Dominik Szajerman y Adam Wojciechowski. «LSTM multichannel neural networks in mental task classification». En: *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering* 38(4) (2019), págs. 1204-1213.
- [52] Z.A. Keirn y J.I. Aunon. «A new mode of communication between man and his surroundings». En: *IEEE Trans. Biomed. Eng* 37 (12) (1990), págs. 1209-1214.
- [53] T. Fernandez, T. Harmony, M. Rodriguez et al. «EEG activation patterns during the performance of tasks involving different components of mental calculation». En: *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.* 94 (1995), págs. 175-182.
- [54] C. Soo-In, C. Ga-Young, L. Hyung-Tak et al. «Classification of Mental Arithmetic and Resting-State Based on Ear-EEG». En: *6th International Conference on Brain-Computer Interface (BCI)*. 2018.
- [55] Konstantinos Sechidis, Laura Azzimonti, Adam Pocock et al. «Efficient feature selection using shrinkage estimators». En: *Machine Learning* 108 (2019), págs. 1261-1286.
- [56] W. James y C. Stein. «Estimation with quadratic loss. In Proceedings of the Fourth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability». En: *Contributions to the theory of statistics, University of California Press*. 1 (1961), págs. 361-379.

- [57] Binish Fatimah, Dipro Pramanick y Pranav Shivashankaran. «Automatic detection of mental arithmetic task and its difficulty level using EEG signals». En: *11th International Conference on Computing*. Ed. por Communication y Networking Technologies (ICCCNT). 20063904. IEEE Xplore, 2020.
- [58] K. Kyungwon, D. Nguyen, C. Min et al. «EEG microstate features according to performance on a mental arithmetic task». En: *Nature Reserch Scientific Reports* 11, 343 (2021).
- [59] E. Forney. «Electroencephalogram classification by forecasting with Recurrent Neural Networks». Tesis de mtría. Colorado State University, 2011.
- [60] Y. Wei, J. Zhou, Y. Wang et al. «A Review of Algorithm & Hardware Design for AI-Based Biomedical Applications». En: *IEEE transactions on Biomedical circuits and systems* 14(2) (2020), págs. 145-163.
- [61] Afshin Shoeibi, Delaram Sadeghi, Parisa Moridian et al. «Automatic Diagnosis of Schizophrenia in EEG Signals Using CNN-LSTM Models». En: *Frontiers in Neuroinformatics* 15.777977 (2021).
- [62] Gaowei Xu, Tianhe Ren, Yu Chen et al. «A One-Dimensional CNN-LSTM Model for Epileptic Seizure Recognition Using EEG Signal Analysis». En: *Frontiers in Neuroscience* 14.578126 (2020).
- [63] Yongqiang Yin, Xiangwei Zheng, Bin Hu et al. «EEG emotion recognition using fusion model of graph convolutional neural networks and LSTM». En: *Applied Soft Computing Journal* (2020). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106954>.
- [64] Xiaobing Du, Cuixia Ma, Guanhua Zhang et al. «An Efficient LSTM Network for Emotion Recognition from Multichannel EEG Signals». En: *IEEE Transactions on Affective Computing* 13(3) (2020), págs. 1528-1540.
- [65] P. Nagabushanam, S. Thomas-George y S. Radha. «EEG signal classification using LSTM and improved neural network algorithms». En: *Soft Computing* (2019). DOI: <https://doi.org/10.1007/s00500-019-04515-0>.
- [66] Biswarup Ganguly, Arpan Chatterjee, Waqar Mehdi et al. «EEG Based Mental Arithmetic Task Classification Using a Stacked Long Short Term Memory Network for Brain-Computer Interfacing». En: *Circuit and System Conference (VLSI-DCS)*. IEEE, jul. de 2020.

- [67] Abhishek Varshney, Samit Kumar Ghosh, Sibasankar Padhy et al. «Automated Classification of Mental Arithmetic Tasks Using Recurrent Neural Network and Entropy Features Obtained from Multi-Channel EEG Signals». En: *Electronics* 10 (2021), pág. 1079.
- [68] K. Nirde, M. Gunda, R. Manthalkar et al. «EEG mental arithmetic task levels classification using machine learning and deep learning algorithms». En: *3rd International conference on Artificial Intelligence and Signal Processing (AISP)*. Ed. por VIJAYAWADA. 2023, págs. 1-8.
- [69] F. Nasrin y N. I. Ahmed. «Predicting the Correctness of Mental Arithmetic Task From EEG Using Deep Learning». En: *International Conference on Science & Contemporary Technologies (ICSCT)*. 2021, págs. 1-5.
- [70] Dalia Braverman-Jaiven, Daniel Santana Vargas, Erik Bojorges-Valdez et al. «Exploration of the Severity of Hepatic Encephalopathy Deterioration Process Through Dynamics of the EEG Band Power time series.» En: *2022 44th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine & Biology Society (EMBC)*. 22030245. IEEE, 2022.
- [71] José del R. Millán, Josep Mouriño, Marco Franzé et al. «A Local Neural Classifier for the Recognition of EEG Patterns Associated to Mental Tasks». En: *IEEE transactions on neural networks* 13 (10) (2002), págs. 678-686.
- [72] A. Gupta, R. Agrawal, J. Kirar et al. «On the Utility of Power Spectral Techniques With Feature Selection Techniques for Effective Mental Task Classification in Noninvasive BCI». En: *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics: Systems* 51(5) (2019), págs. 3080-3092.
- [73] Li Wang, Weijian Huang, Zhao Yang et al. «Temporal-spatial-frequency depth extraction of brain-computerinterface based on mental tasks». En: *Biomedical Signal Processing and Control* 58 (2020), pág. 101845.
- [74] Charles W. Therrien. *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*. Ed. por Alan V. Oppenheim. Prentice Hall Signal Processing Series, 1992.
- [75] Sergios Theodoridis. «Machine Learning: A Bayesian and Optimization Perspective». En: Elsevier, 2020. Cap. 2: Probability and Stochastic Processes, págs. 19-65.
- [76] Peter D. Welch. «The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra». En: *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* AU-15 (1970).

- [77] Abhishek Varshney, Samit Kumar Ghosh, Sibasankar Padhy et al. «Automated Classification of Mental Arithmetic Tasks Using Recurrent Neural Network and Entropy Features Obtained from Multi-Channel EEG Signals». En: *Electronics* 10(9) (2021), pág. 1079.
- [78] E. Niedemeyer y F.L.D. Silva. *Electroencephalography Basic Principles, Clinical Applications and Related Fields*. Ed. por D.L. Schomer y F.L.D. Silva. 6th. Lippincott Williams y Wilkins, 2011.
- [79] Diederik P. Kingma y Jimmy Ba. «Adam: A Method for Stochastic Optimization». En: *3rd International Conference for Learning Representations*, 2015.
- [80] Pardeep Singla, Manoj Duhan y Sumit Saroha. «Review of Different Error Metrics: A Case of Solar Forecasting». En: *AIUB Journal of Science and Engineering* 20(4) (2021), págs. 158-165.
- [81] J.M. González-Sopeña, V. Pakrashi y B. Ghosh. «An overview of performance evaluation metrics for short-term statistical wind power forecasting». En: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* (2020). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2020.110515>.
- [82] Faisal Mehmood Butt, Lal Hussain, Anzar Mahmood et al. «Artificial Intelligence based accurately load forecasting system to forecast short and medium-term load demands». En: *Mathematical Biosciences and Engineering* 18(1) (2021), págs. 400-425.
- [83] Abdelkader Dairi, Fouzi Harrou, Ying Sun et al. «Short-Term Forecasting of Photovoltaic Solar Power Production Using Variational Auto-Encoder Driven Deep Learning Approach». En: *Applied Sciences* 10(23) (2020), pág. 8400.
- [84] Narjes Nabipour, Majid Dehghani, Shahaboddin Shamshirband et al. «Short-Term Hydrological Drought Forecasting Based on Different Nature-Inspired Optimization Algorithms Hybridized With Artificial Neural Networks». En: *IEEE Access* 8 (2020), págs. 15210-15222.
- [85] Jun Qi, Jun Du, Sabato Marco Siniscalchi et al. «On Mean Absolute Error for Deep Neural Network Based Vector-to-Vector Regression». En: *IEEE Signal Processing Letters* 27 (2020), págs. 1485-1489.
- [86] James A. Hanley y Barbara J. McNail. «The Meaning and Use of the Area under Receiver Operating Characteristic (ROC) Curve». En: *Radiology* 143 (1982), págs. 29-34.

BIBLIOGRAFÍA

- [87] Tom Fawcett. *ROC Graphs: Notes and practical considerations for researchers*. Inf. téc. 501 Page Mill Road, Palo Alto, CA 94304: HP Laboratories, MS 1143, mar. de 2004.
- [88] Chris Drummond y Robert C. Holte. «Cost curves: An improved method for visualizing classifier performance». En: *Machine Learning* 65(1) (2006), págs. 95-130.
- [89] Nijat Mehdiyev, David Enke, Peter Fettke et al. «Evaluating Forecasting Methods by Considering Different Accuracy Measures». En: *Procedia Computer Science* 95 (2016), págs. 264-271.
- [90] F. Amato, A. Lopez, E.M. Pena-Mendez et al. «Artificial neural networks in medical diagnosis». En: *Journal of Applied Biomedicine* 11(2) (2013), págs. 47-58.
- [91] X. Gaowei, R. Tianhe, C. Yu et al. «A One-Dimensional CNN-LSTM Model for Epileptic Seizure Recognition Using EEG Signal Analysis». En: *Front. Neurosci.* 14 (2020), pág. 578126.
- [92] G. Y. Hong, J. Kim y C. K. Chung. «LSTM Improves Accuracy of Reaching Trajectory Prediction From Magnetoencephalography Signals». En: *IEEE Engineering in Medicine and Biology Society Section 8* (2020), págs. 20146-20150.
- [93] M. Gong, G. Xu, M. Li et al. «An idle state-detecting method based on transient visual evoked potentials for an asynchronous ERP-based BCI». En: *Journal of Neuroscience Methods* 337 (2020), pág. 108670.